

УДК 621.313.53

Б. Н. Сипливый, И. М. Толмач

О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОГО КРАЕВОГО ЭФФЕКТА НА ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ МГД-МАШИН

Целью данной статьи является численное исследование влияния продольного краевого эффекта на характеристики линейных МГД-машин с помощью алгоритма, использующего [1].

Отметим, что соотношения [1] справедливы для расчета вторичного магнитного поля (токов в жидком металле) лишь для безжелезного индуктора бегущего поля. Ниже предлагается приближенный способ преодоления этого ограничения, позволяющий использовать подход, примененный в [1], и для реальных индукционных машин с шихтованным сердечником и некоторыми часто встречающимися типами обмоток.

Рассмотрим течение проводящей жидкости в плоском МГД-канале в бегущем магнитном поле, источником которого является двусторонний индуктор (рис. 1). Электромагнитное поле в канале описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{B}} &= \mu_0 \dot{\mathbf{j}}; \quad \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -j\omega \dot{\mathbf{B}}; \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{B}} = 0; \quad \dot{\delta} = \gamma(-j\omega \dot{\mathbf{A}} + [\mathbf{v}, \dot{\mathbf{B}}]); \\ \operatorname{rot} \dot{\mathbf{A}} &= \dot{\mathbf{B}}; \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{A}} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где точками отмечены комплексы соответствующих величин.

Чтобы исследовать влияние на интегральные характеристики машины только продольного краевого эффекта, в дальнейшем будем полагать, что вектор скорости жидкого металла в канале имеет представление $\mathbf{v} = x^0 \mathbf{u}$, $u = \operatorname{const}$, канал бесконечно широкий и стенки его непроводящие. Представим индукцию результирующего магнитного поля в канале в виде

$$\dot{\mathbf{B}} = \dot{\mathbf{B}}^0 + \dot{\mathbf{B}}' + \dot{\mathbf{B}}'', \quad (2)$$

где $\dot{\mathbf{B}}^0$ — магнитное поле индуктора с пустым зазором; $\dot{\mathbf{B}}'$ — магнитное поле индуцированных в канале токов; $\dot{\mathbf{B}}''$ — поле, обусловленное намагничиванием стального магнитопровода токами в канале.

Из первого уравнения (1) следует, что y -компонента поля $\dot{\mathbf{B}}'$ представима в виде

$$\dot{B}'_y(M) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \int_S \dot{\delta}(N) \frac{x_N - x_M}{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} dS_N, \quad (3)$$

где S — сечение канала плоскостью $z = \operatorname{const}$.

Выделяя в (3) действительную и мнимую части и применяя к полученным соотношениям преобразование Фурье по координате x_M , приведем (3) к виду

$$\begin{aligned} \tilde{B}'_a(y) &= \mu_0 j \int_{-h}^h \tilde{\delta}_a(\xi) G(\xi, y) d\xi = \mu_0 j \tilde{\mathcal{R}} \tilde{\delta}_a; \\ \tilde{B}'_p(y) &= \mu_0 j \int_{-h}^h \tilde{\delta}_p(\xi) G(\xi, y) d\xi = \mu_0 j \tilde{\mathcal{R}} \tilde{\delta}_p; \\ \tilde{B}' &= \tilde{B}'_a + j \tilde{B}'_p; \quad \tilde{\delta} = \tilde{\delta}_a + j \tilde{\delta}_p; \quad G(\xi, y) = 0,5 e^{-m(y-\xi)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Преобразуя аналогично четвертое уравнение в (1) и подставляя в полученные соотношения (4), имеем

$$\begin{aligned}\tilde{\delta}_a &= \frac{\gamma\omega\mu_0}{m} \Re\tilde{\delta}_p + j \frac{\gamma\omega\mu_0 u}{m} \Re\tilde{\delta}_a + \gamma u \tilde{B}''_p + \frac{j\gamma\omega}{m} \tilde{B}''_a + \tilde{f}_2, \\ \tilde{\delta}_p &= -\frac{\gamma\omega\mu_0}{m} \Re\tilde{\delta}_a + j \frac{\gamma\omega\mu_0 u}{m} \Re\tilde{\delta}_p + \gamma u \tilde{B}''_p + \frac{j\gamma\omega}{m} \tilde{B}''_a + \tilde{f}_2,\end{aligned}\quad (5)$$

где

$$\tilde{f}_1 = \gamma u \tilde{B}_a^0 - \frac{j\gamma\omega}{m} \tilde{B}_p^0; \quad \tilde{f}_2 = \gamma u \tilde{B}_p^0 + \frac{j\gamma\omega}{m} \tilde{B}_a^0; \quad \tilde{B}'' = \tilde{B}''_a + j\tilde{B}''_p.$$

Выразим поле \tilde{B}'' через плотность тока в канале $\tilde{\delta}$ в предположении, что индуктор бесконечен в направлении оси x . Расчет и эксперимент [2] показывают, что поле индуктора B^0 быстро затухает и за пределами индуктора практически равно нулю (в [2] применена обмотка Вольдека, в которой все активные стороны обмоточных секций лежат в пазах, что удобно для высоконагревостойких машин). Этот факт позволяет надеяться, что индуцированные в канале токи также быстро затухают за пределами индуктора и их взаимодействие с железом индуктора вне активной зоны мало. Если это так, то продолжение железа индуктора до ∞ вдоль оси x не внесет большой погрешности при вычислении поля \tilde{B}'' . Но бесконечный индуктор позволяет легко выразить \tilde{B}'' через плотность тока $\tilde{\delta}$ с помощью метода зеркальных отображений [6], сущность которого заключается в замене ферромагнитных масс индуктора системой фиктивных токов, расположенных определенным образом. Поместим в окрестности точки N , лежащей на оси канала, элементарный проводник с током $dI = dx_N \int_{-h}^h \tilde{\delta}(x_N y) dy$. В случае бесконечной магнитной проницаемости железа магнитное поле в точке M канала, обусловленное намагничиванием индуктора током dI , можно вычислить суммированием магнитных полей бесконечной системы фиктивных токов, построенных последовательным зеркальным отображением тока dI относительно границ ферромагнетика [6]:

$$\begin{aligned}d\tilde{B}''(M) &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \int_{2k\Delta-h}^{2k\Delta+h} \tilde{\delta}(N) \frac{x_N - x_M}{(x_N - x_M)^2 + (y - y_M)^2} dy \right] dx_N + \\ &+ \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \int_{-2k\Delta-h}^{-2k\Delta+h} \tilde{\delta}(N) \frac{x_N - x_M}{(x_N - x_M)^2 + (y + y_M)^2} dy \right] dx_N.\end{aligned}$$

Интегрируя это соотношение по x_N в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ и применяя к полученному результату преобразование Фурье по x_M , получим

$$\begin{aligned}\tilde{B}'' \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (y_M) &= \frac{\mu_0 j}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{2k\Delta-h}^{2k\Delta+h} \tilde{\delta} \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (y) e^{-m|y-y_M|} dy + \\ &+ \frac{\mu_0 j}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-2k\Delta-h}^{-2k\Delta+h} \tilde{\delta} \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (y) e^{-m|y-y_M|} dy, \quad m \geq 0.\end{aligned}$$

Замена переменных $\xi = y \mp 2k\Delta$ в подынтегральных выражениях и последующее суммирование под знаком интеграла приводит к окончательному выражению для поля $\tilde{B}''(y)$:

$$\tilde{B}'' \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (y) = \frac{\mu_0 j}{e^{2m\Delta} - 1} \int_{-h}^h \tilde{\delta} \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (\xi) \operatorname{ch} m(\xi - y) d\xi.$$

Для того, чтобы при расчете электромагнитных характеристик МГД-машины можно было использовать алгоритм [1], представим поле \tilde{B}'' в виде $\tilde{B}'' \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\} (y) = t(m, y) \tilde{B}' \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\} (y)$. Вид функции $t(m, y)$ установим, вычислив отношение $\tilde{B}'' \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\} / \tilde{B}' \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\}$:

$$t(m, y) = \frac{\tilde{B}'' \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\} (y)}{\tilde{B}' \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\} (y)} = \frac{1}{e^{2m\Delta} - 1} \frac{\int_{-h}^h \tilde{\delta} \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\} (\xi) \operatorname{ch} m(\xi - y) d\xi}{\int_{-h}^h \tilde{\delta} \left\{ \begin{smallmatrix} a \\ p \end{smallmatrix} \right\} (\xi) e^{-m|\xi - y|} d\xi}.$$

Разлагая плотность тока под интегралом в ряд Тэйлора в окрестности нуля и оставляя в этом разложении первое слагаемое, после несложных преобразований получим приближенное выражение для $t(m, y)$

$$t(m, y) \approx \frac{0,5}{e^{2m\Delta} - 1} \left(1 + \frac{e^{mh} \operatorname{ch} my - 1}{e^{-mh} \operatorname{ch} my - 1} \right). \quad (6)$$

Заметим, что поскольку в реализуемых на практике режимах работы МГД-машин поверхностный эффект слабо выражен и плотность тока мало меняется вдоль оси y , то отбрасывание в разложении Тэйлора слагаемых, содержащих старшие производные, не вносит большой погрешности в (6). Отметим также, что применение метода зеркальных отображений для вычисления поля \tilde{B}'' позволяет учесть конечную магнитную проницаемость железа и влияние вихревых токов, индуцированных в массиве индуктора, на интегральные характеристики машины.

Подставляя $\tilde{B}'' = t\tilde{B}'$ в (5), после некоторых преобразований получим систему интегральных уравнений второго рода, которая в относительных единицах имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_a - j \operatorname{Re}_m (1 - s) p \mathfrak{R} \tilde{\delta}_a &= \frac{p \operatorname{Re}_m}{m} \mathfrak{R} \tilde{\delta}_p + f_1; \\ \tilde{\delta}_p - j \operatorname{Re}_m (1 - s) p \mathfrak{R} \tilde{\delta}_p &= - \frac{p \operatorname{Re}_m}{m} \mathfrak{R} \tilde{\delta}_a + f_2, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$p = 1 + \frac{0,5}{e^{2m\pi\Delta h/\tau} - 1} \left(1 + \frac{e^{m\pi h/\tau} \operatorname{ch} my - 1}{e^{-m\pi h/\tau} \operatorname{ch} my - 1} \right),$$

τ — полюсное деление; s — скольжение; $\operatorname{Re}_m = \mu_0 \gamma \omega / a^2$.

Решение этой системы уравнений может быть представлено в виде разложений по собственным функциям оператора \mathfrak{R} [1]:

$$\tilde{\delta}_a(y) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k f_k(y); \quad \tilde{\delta}_p(y) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k f_k(y).$$

Если положить $\operatorname{ch} my = 1$, что соответствует замене в (6) функций \tilde{B}'' , \tilde{B}' их значениями в нуле, то собственные функции $f_k(y)$, собственные числа λ_k оператора \mathfrak{R} и коэффициенты a_k , b_k можно вычислить по формулам [1]

$$\begin{aligned} f_k(y) &= \left[\frac{2\alpha_k \tau}{2\pi h \alpha_k + \sin 2\alpha_k \pi h / \tau} \right] \cos \alpha_k y; \\ \lambda_k &= \frac{\alpha_k^2 + m^2}{m}; \quad \operatorname{tg} \alpha_k \frac{\pi h}{\tau} = \frac{m}{\alpha_k}; \end{aligned}$$

$$a_k = \frac{c_k (1 - j \operatorname{Re}_m (1 - s) p / \lambda_k) + d_k \operatorname{Re}_m p / \lambda_k m}{(1 - j \operatorname{Re}_m (1 - s) p / \lambda_k)^2 + (p \operatorname{Re}_m / \lambda_k m)^2}; \quad (8)$$

$$b_k = \frac{d_k (1 - j \operatorname{Re}_m (1 - s) p / \lambda_k) - c_k \operatorname{Re}_m p / \lambda_k m}{(1 - j \operatorname{Re}_m (1 - s) p / \lambda_k) + \operatorname{Re}_m p / \lambda_k m};$$

$$c_k = \int_{-\pi h / \tau}^{\pi h / \tau} \tilde{f}_1(y) f_k(y) dy; \quad d_k = \int_{-\pi h / \tau}^{\pi h / \tau} \tilde{f}_2(y) f_k(y) dy.$$

Интегральные характеристики машины легко выразить через коэффициенты a_k , b_k . Так, для силы, приходящейся на единицу ширины канала, имеем

$$\begin{aligned} F_x &= -0,5 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi h / \tau}^{\pi h / \tau} \dot{\delta} B^* dy dx = -0,5 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi h / \tau}^{\pi h / \tau} (\delta_a B_a + \delta_p B_p) dy dx = \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi h / \tau}^{\pi h / \tau} (\tilde{\delta}_a \tilde{B}_a + \tilde{\delta}_p \tilde{B}_p) dy dm. \end{aligned} \quad (9)$$

Из закона Ома следует, что преобразования Фурье активной и реактивной компонент результирующего магнитного поля могут быть выражены через коэффициенты a_k , b_k по формулам

$$\tilde{B}_a = \frac{m^2 \tilde{\delta}_a (1 - s) \operatorname{Re}_m + j \tilde{\delta}_p m}{\operatorname{Re}_m [m^2 (1 - s)^2 - 1]} = g \sum_{k=1}^{\infty} a_k f_k + q \sum_{k=1}^{\infty} b_k f_k; \quad (9a)$$

$$\tilde{B}_p = \frac{m^2 \tilde{\delta}_p (1 - s) \operatorname{Re}_m + j \tilde{\delta}_a m}{\operatorname{Re}_m [m^2 (1 - s)^2 - 1]} = g \sum_{k=1}^{\infty} b_k f_k - q \sum_{k=1}^{\infty} a_k f_k,$$

где

$$g = \frac{m^2 (1 - s) \operatorname{Re}_m}{\operatorname{Re}_m [m^2 (1 - s)^2 - 1]}; \quad q = j \frac{m}{\operatorname{Re}_m [m^2 (1 - s)^2 - 1]}.$$

Подставляя (8) и (9a) в (9), после несложных преобразований получим

$$F_x = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{m^2 (1 - s) (|a_k|^2 + |b_k|^2) + 2m \operatorname{Im}(a_k b_k^*)}{\operatorname{Re}_m [(1 - s)^2 m^2 - 1]} dm. \quad (10)$$

Выполняя аналогичные преобразования, получим формулы для вычисления джоулевых потерь в канале $P_{дж}$ и КПД η :

$$P_{дж} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} [|a_k|^2 + |b_k|^2] dm; \quad \eta = \frac{u F_x}{u F_x + P_{дж}}. \quad (11)$$

В изложенном выше алгоритме расчета интегральных характеристик машин используется магнитное поле B^0 реального индуктора конечной протяженности. Намагничивание железа индуктора индуцированными в канале токами учитывается приближенно введением коэффициента p . Для выяснения погрешности, вносимой принятыми при вычислении коэффициента p допущениями, необходимо вычислить точное значение поля B'' . Это можно сделать методом интегральных уравнений. В соответствии с формулой Био—Савара имеем для $B^0(M) + B''(M) = B$:

$$B = \frac{1}{2\pi} \int \dot{\sigma}(N) \frac{\widehat{\cos r_{MN} n_M}}{r_{MN}} dl_N + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{S_k} \dot{\delta}(N) \frac{\widehat{\cos r_{MN} n_M}}{r_{MN}} dS_N. \quad (12)$$

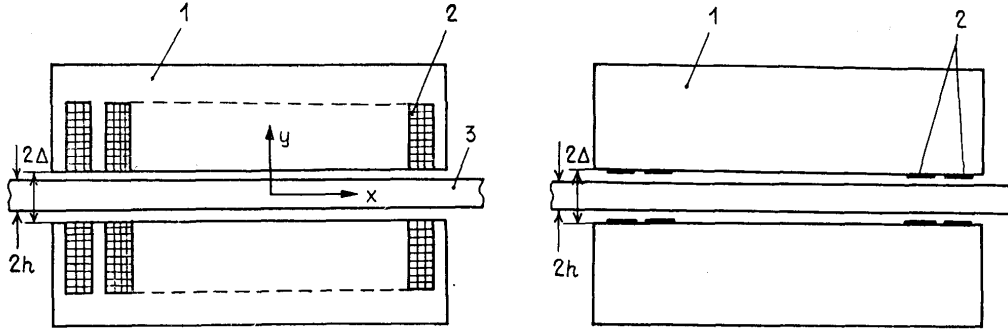


Рис. 1. Сечение плоской МГД-машины плоскостью $z = \text{const}$. 1 — индуктор, 2 — обмотка индуктора, 3 — канал.

Рис. 2. Расчетная модель индуктора. 1 — индуктор, 2 — вынесенные на поверхность индуктора токи пазов.

Здесь L — контур индуктора; S_k — сечение проводников k -го паза (рис. 1); B^0 — y -компонента поля индуктора с пустым зазором. Выделяя в (12) действительную и мнимую части и применяя к полученным соотношениям преобразование Фурье, получим

$$B^0 \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (y_M) + B'' \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (y_M) = \frac{1}{2} \int_L \sigma \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (N) [e^{-m|y_N - y_M|} \varphi(N)] dl_N + \\ + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int_{S_k} \delta \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (N) \varphi(N) e^{-m|y_N - y_M|} dS_k, \quad (13)$$

где

$$\varphi = \cos n_M x^0 (\sin mx_N - j \cos mx_N) - \\ - \cos n_M y^0 (\cos mx_N + j \sin mx_N).$$

Функция $\sigma \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\}$ является решением интегрального уравнения [4]

$$\sigma \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (M) - \frac{1}{\pi} \int_L \sigma \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (N) \frac{\widehat{\cos r_{MN} n_M}}{r_{MN}} dl_N - \\ - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi h/\tau}^{\pi h/\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \delta \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (N) \frac{\widehat{\cos r_{MN} n_M}}{r_{MN}} dx_N dy_N = F \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (M),$$

где

$$F \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (M) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N \int_{S_k} \delta \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (N) \frac{\widehat{\cos r_{MN} n_M}}{r_{MN}} dS_N.$$

Третье слагаемое слева преобразуется к виду

$$\int_{-\pi h/\tau}^{\pi h/\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \delta \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} (N) \frac{\widehat{\cos r_{MN} n_M}}{r_{MN}} dx_N dy_N = \\ = \frac{1}{2} \int_{-\pi h/\tau}^{\pi h/\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\delta} \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} \varphi_1(N) dm dy_N, \quad (14)$$

где

$$\varphi_1(N) = [j \cos \widehat{n_M x^0} e^{jmx_M} + \cos \widehat{n_M y^0} e^{jmx_M}] e^{-m|y_N - y_M|}.$$

Совместное решение уравнений (5), (14), (13) и последующее использование формул (10), (11) позволяют вычислить интегральные характеристики при реальном распределении поля \vec{B}'' . Сравнение этих характеристик с вычисленными по формулам (7), (8), (10) позволяет оценить погрешность, обусловленную приближенным вычислением поля \vec{B}'' .

При вычислении интегральных характеристик по формулам (10), (11) приходится численно находить несобственные интегралы с быстроосциллирующими подынтегральными функциями. В связи с этим возникает задача выбора пределов и шага интегрирования. Для оценки последних выясним скорость убывания с ростом m подынтегральных выражений в (10), (11).

Рассмотрим магнитное поле бесконечно длинного индуктора с токовой нагрузкой в виде системы пластин шириной a с плотностью $\vec{j}_n = \vec{I}_n/a$, где I_n — комплекс тока в n -ом пазу. Преобразование Фурье магнитного поля такого индуктора имеет вид

$$\begin{aligned} \vec{B}_a(y) &= \frac{2 \sin \frac{1}{2}ma \operatorname{ch} my}{ma \operatorname{sh} m\Delta} \sum_{k=1}^N I_k^a [\cos mx_k - j \sin mx_k]; \\ \vec{B}_p(y) &= \frac{2 \sin \frac{1}{2}ma \operatorname{ch} my}{ma \operatorname{sh} m\Delta} \sum_{k=1}^N I_k^p [\cos mx_k - j \sin mx_k], \end{aligned} \quad (15)$$

где I_k^a и I_k^p — активные и реактивные компоненты комплекса тока k -й пластины; 2Δ — высота немагнитного зазора; x_k — продольная координата центра каждой пластины; N — число пластин; a — ширина пластины.

Из (15) следует, что при больших m в середине зазора

$$\vec{B} \left\{ \begin{array}{c} a \\ p \end{array} \right\} \sim \frac{e^{-m\Delta}}{m}. \quad (16)$$

Поскольку магнитное поле реального индуктора качественно совпадает с полем рассмотренного бесконечно длинного индуктора, то следует ожидать, что с ростом m оно убывает по закону (16).

Допуская далее, что плотность индуцированных в канале токов с ростом m убывает не медленнее, чем $B^0 \left\{ \begin{array}{c} a \\ p \end{array} \right\}$, находим, что подынтегральные выражения в формулах (10), (11) с ростом m убывают как $e^{-2m\Delta}/m^2$. Эта оценка позволяет при вычислении несобственных интегралов в (10), (11) выбрать пределы интегрирования. Так, например, при $\Delta=1$ см достаточно взять интервал изменения m в пределах $0 \div 90$. При дальнейшем увеличении m результат интегрирования практически не изменяется. Для вычисления интегралов в (10), (11) был использован метод дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [3], позволяющий вычислять интегралы от быстроосциллирующих функций с хорошей точностью.

Разработанный алгоритм был использован для численного исследования влияния продольного краевого эффекта на интегральные характеристики индукционных насосов. Выражение для электромеханической мощности насоса, учитывающей только продольный эффект, может быть представлено в виде

$$P_{эл} = \frac{1}{2} \gamma \frac{h}{\Delta} B_m^2 v_{cp}^2 V \left(\frac{s}{1-s} \frac{1}{1 + (\operatorname{Re}_m s)^2} k_l + c_l \right) \quad (17)$$

(в данном рассмотрении знак этой мощности принят положительным для насосного режима); здесь c_l характеризует значение мощности $P_{эл}$ при скольжении $s=0$; k_l — коэффициент продольного краевого эффекта, являющийся некоторой функцией скольжения, числа Re_m , числа полю-

сов; V — объем жидкого металла в активной зоне; B_m — амплитуда индукции идеальной машины, имеющей ту же амплитуду токовой нагрузки, что и реальная машина.

Для идеальной машины

$$P_{эл0} = \frac{1}{2} \gamma \frac{h}{\Delta} B_m^2 v_{ср}^2 V \frac{s}{1-s} \frac{1}{1 + (Re_m s)^2} \quad (18)$$

Из (17) и (18)

$$k_l = \frac{P_{эл} - 1/2 \gamma B_m^2 v_{ср}^2 V c_l h / \Delta}{P_{эл0}}$$

Поскольку мощность $P_{эл}$ однозначно связана (через скорость и сечение канала) с рассчитываемой по (10) электромагнитной силой, можно вычислить по (18) и (17) k_l и c_l .

В численных расчетах использовались обмотки Вольдека и Партса—Ветохина. Принималось, что бегущее поле создается индуктором со

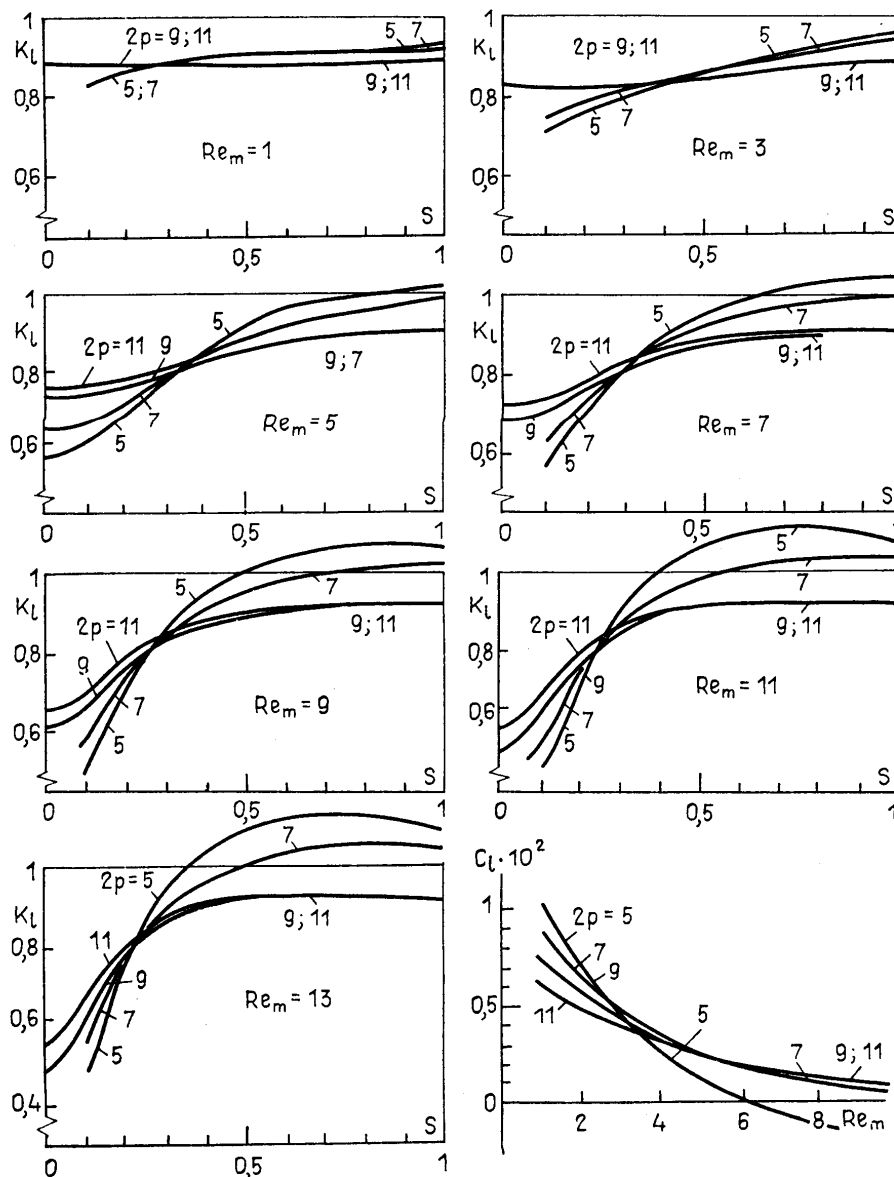


Рис. 3. Зависимость коэффициента продольного эффекта k_l от скольжения для различных значений чисел полюсов и Re_m и график для параметра c_l .

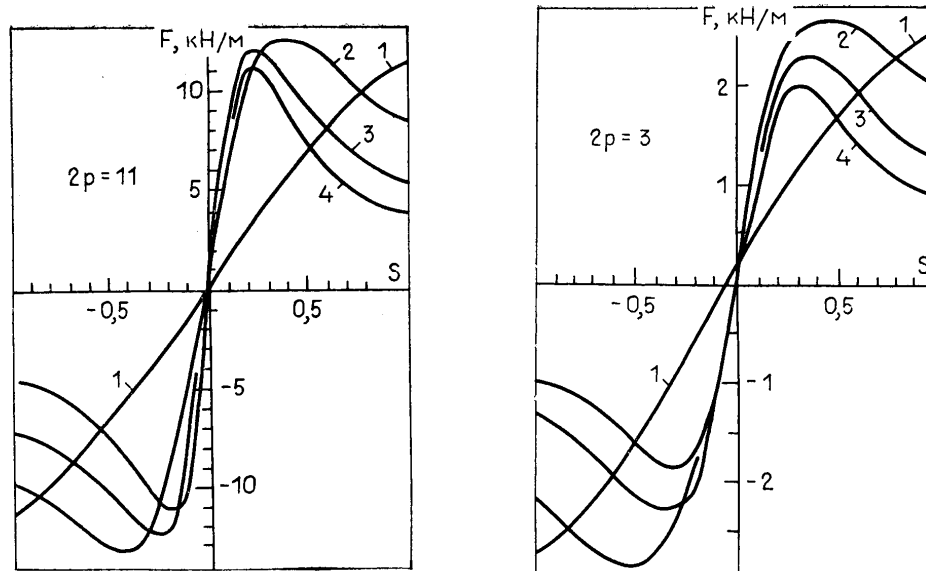


Рис. 4. Зависимость продольной электромагнитной силы от скольжения при различных значениях $2p$: 1 — $Re_m=1$, 2 — $Re_m=5$, 3 — $Re_m=9$, 4 — $Re_m=13$.

следующими параметрами: полюсное деление $\tau=8,34$ см; амплитуда тока в одном пазу 1389 А; немагнитный зазор 2,32 см; высота канала $2h=1,37$ см; ширина паза 8,9 мм, зубца 5 мм (это параметры реального насоса типа АМН-В, состоящего из двух отдельных модулей, включенных гидравлически параллельно [2]). В расчете поля индукторы приняты гладкими, а токи обмоток вынесены на поверхность, обращенную к зазору, в виде пластин, расположенных против соответствующих пазов (рис. 2).

Для оценки погрешности, обусловленной принятыми допущениями при вычислении поля B'' , на первом этапе решались уравнения (5), (14), (13). Решение проводилось по следующей схеме: вначале вычислялось поле B^0 индуктора с пустым зазором (рис. 2), затем решались уравнения (5) при $B'' \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\} = 0$; найденное распределение плотности тока $\tilde{\delta} \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\}$ подставлялось в (14), после чего вычисленное по формуле (13) поле $B^0 \left\{ \begin{matrix} p \\ a \end{matrix} \right\} + B'' \left\{ \begin{matrix} a \\ p \end{matrix} \right\}$ вновь подставлялось в (5) и т. д. Процесс счета проводился до выполнения условия

$$|\tilde{\delta}^{(n)} - \tilde{\delta}^{(n-1)}| < \epsilon, \quad n - \text{номер итерации.}$$

В результате расчетов было выяснено, что погрешность при вычислении силы, вносимая в алгоритм приближенным вычислением поля B'' ,

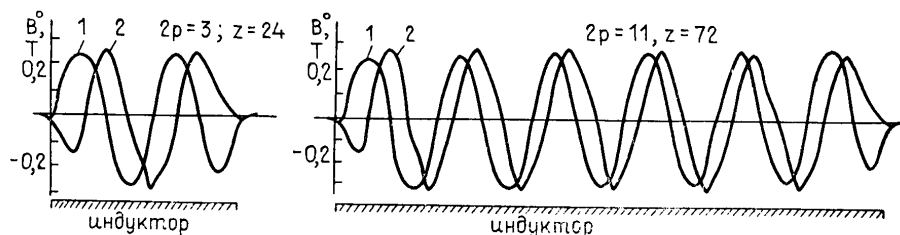
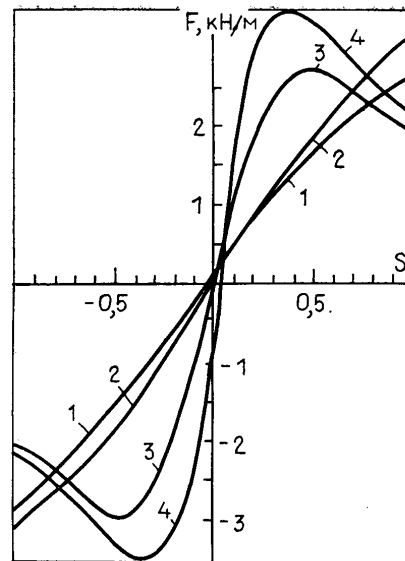


Рис. 5. Распределение магнитного поля индуктора с пустым зазором при различных значениях $2p$: 1 — активная, 2 — реактивная компоненты B^0 .

Рис. 6. Зависимость продольной электромагнитной силы от скольжения при $2p=3$ и различных Re_m : 1 — схема Вольдека, $Re_m=1$; 2 — схема Партса—Ветохина, $Re_m=1$; 3 — схема Вольдека, $Re_m=5$; 4 — схема Партса—Ветохина, $Re_m=5$.



практически не зависит от магнитного числа Рейнольдса (при $Re_m \leq 13$), для трехполюсной машины максимальное значение погрешности достигается при $s=0,3$ и не превосходит 0,3%. При увеличении числа полюсов эта погрешность убывает и при $2p=9$ не превосходит 0,01%. На рис. 3 представлены зависимости коэффициента k_l от чисел Re_m , числа полюсов и скольжения и коэффициента c_l от первых двух параметров.

Эти графики, построенные для достаточно широкого диапазона параметров, позволяют использовать численные значения k_l и c_l при проектировании.

На рис. 4 показаны зависимости силы F от скольжения, рассчитанные по (10), а на рис. 5 — распределения внешнего поля (активной и реактивной составляющих) для двух значений числа полюсов (3), (11).

Аналогичные расчеты были проведены для индукторов с обмоткой, соединенной по схеме Партса—Ветохина. На рис. 6 изображены зависимости сил от скольжения для этих обмоток при различных магнитных числах Рейнольдса. Из рисунка видно, что для $s > 0,2$ усилия при использовании схемы Партса—Ветохина больше, чем в модели с обмоткой, соединенной по схеме Вольдека. В первом случае при малых скольжениях КПД несколько выше. Так, для $2p=3$ КПД машины с обмоткой, соединенной по схеме Партса—Ветохина, при $s=0,2$ и $Re_m=1$ составляет 0,58, а КПД, соответствующий схеме Вольдека, — 0,52. С ростом чисел Re_m и $2p$ это различие быстро уменьшается.

Авторы благодарят С. А. Лифица за помощь при подготовке рукописи и А. И. Элькина за ценные критические замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сипливый Б. Н., Толмач И. М. Расчет двухмерных электромагнитных полей в каналах индукционных МГД-машин с разомкнутым магнитопроводом при конечных числах Re_m . I. — Магнитная гидродинамика, 1979, № 4, с. 81—88.
2. Дронник Л. М., Реуцкий С. Ю., Сипливый Б. Н., Толмач И. М. О первичном продольном эффекте в плоских индукционных насосах с большими расходами. — Магнитная гидродинамика, 1983, № 2, с. 91—97.
3. Ефимов А. В. Математический анализ. Т. 1, М.: Высшая школа, 1980. 279 с.
4. Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. Киев: Техника, 1967. 252 с.
5. Вольдек А. И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкоталлическим рабочим телом. Л.: Энергия, 1970. 272 с.
6. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1974. 487 с.

Поступила 28 марта 1983 г.