

УДК 532:537.84

Е. И. Янговский, М. С. Анфельбаум, Н. А. Петриченко

**К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО РАСХОДОМЕРА**

В 1843 г. Армстронг, проводивший ранее опыты вместе с Фарадеем, продемонстрировал машину, в которой пар переносил электрические заряды от котла к коллектору, создавая разность потенциалов в сотни киловольт [1]. После этого предложено много аналогичных устройств для генерации электроэнергии [2] или измерения скорости потоков, переносящих заряды [3]. Фактически всякий расходомер, основанный на измерении конвекционного тока (переноса зарядов), является ЭГД-генератором в режиме идеального холостого хода. Их применение в отличие от электромагнитных расходомеров вызывается низкой электропроводностью многих жидкостей, измерение расхода которых очень важно. Такими жидкостями являются нефть и продукты ее перегонки, в частности углеводородные топлива, кремнийорганические жидкости, кабельное и трансформаторное масло, фреоны.

Электропроводность этих жидкостей находится в пределах  $10^{-7} \div 10^{-14}$  См/м. Имеются попытки измерять с помощью ЭГД-расходомеров и расход или скорость криогенных жидкостей — сжиженных газов (гелия, водорода, азота, кислорода), электропроводность которых ниже указанного предела.

Одной из проблем применения ЭГД-расходомеров (например [3]), в которых расход жидкости определяется по току на коллектор, является наличие наряду с конвекционным током также тока биполярной проводимости, который не изменяется с изменением скорости.

Ток биполярной проводимости — взаимно-противоположное движение равного количества зарядов разных знаков — не может зависеть от скорости жидкости, так как ускорение переноса зарядов одного знака ведет к соответствующему замедлению переноса зарядов другого знака и ток в целом не изменяется\*.

В то же время конвекционный ток, естественно, пропорционален скорости, и его выделение из полного тока могло бы решить задачу. Косвенно выделение конвекционного тока и частичное исключение тока проводимости может быть выполнено с помощью схемы, аналогичной схеме, приводимой в [3] (рис. 1). Это — мостовая схема с включением электрического сопротивления измеряемого потока жидкости в два плеча моста. По отношению к току проводимости схема симметрична, и в ее горизонтальной диагонали при наличии только тока проводимости не должно возникать напряжения. Но по отношению к конвекционному току схема асимметрична, рост скорости вызывает асимметрию, проявляющуюся в виде небаланса моста.

Предлагаемая схема состоит из следующих элементов: 1 — средний электрод в виде сетки, кольца или обтекаемого тела, называемый электрод-коллектор; 2 — электроды, введенные в измеряемый поток жидкости (небольшая сфера, цилиндр, пластинка, ориентированная вдоль потока, обтекаемое тело каплевидного сечения), на которые подается одинаковый потенциал, называемые электродами-эмиттерами; 3 — источник постоянного напряжения ( $10 \div 20$  кВ); 4 — электрические сопротивления; 5 — вольтметр (с большим внутренним сопротивлением).

\* Предполагается, что  $\sigma/b \gg q$ , где  $\sigma$  — проводимость,  $b$  — подвижность ионов, а  $q$  — объемная плотность заряда.

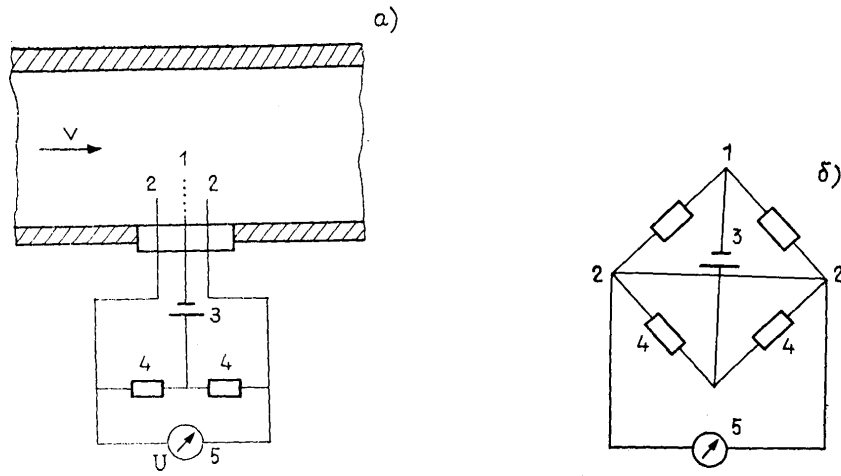


Рис. 1.

Когда жидкость покоится, между электродами 1 и 2 протекает одинаковый ток проводимости, поэтому падение потенциала на сопротивлениях 4 одинаково и прибор 5 не должен показывать напряжения. При достаточно высоком напряжении источника 3 от электродов 2 к среднему электроду 1 начинается струйное течение с конвекционным переносом заряда, т. е. конвекционным электрическим током, вызванное действием электрического поля на объемный заряд возле каждого из электродов 2. Механизм образования заряда и течения в неоднородном электрическом поле за счет неоднородной электролитической диссоциации жидкости подробно описан в [4, 5].

При наличии скорости измеряемого потока жидкости слева направо конвекционный ток от левого электрода 2 к 1 должен возрасти, а от правого электрода 2 к 1 — уменьшиться (так как он направлен против измеряемого потока жидкости), поэтому падение потенциала на сопротивлениях 4 уже не будет одинаковым и прибор 5 покажет напряжение, монотонно зависящее от скорости измеряемого потока. Изменение электропроводности жидкости, одинаково влияющее на ток проводимости в обоих плечах моста, по-видимому, не должно влиять на показания прибора 5, по крайней мере при изменении проводимости внутри порядка величины.

Замкнутая система уравнений, описывающая рассматриваемые процессы, выглядит следующим образом (для несжимаемых жидкостей):

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi; \quad \Delta\varphi = -\frac{q}{\varepsilon} = -\frac{(n_+ - n_-)e}{\varepsilon};$$

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \operatorname{div}(n_+\mathbf{v} + n_+b\mathbf{E} - D\nabla n_+) = K_D(0)g(|\mathbf{E}|)n_a - K_r n_+ n_-;$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \operatorname{div}(n_-\mathbf{v} - n_-b\mathbf{E} - D\nabla n_-) = K_D(0)g(|\mathbf{E}|)n_a - K_r n_+ n_-;$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0;$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + (n_+ - n_-)e\mathbf{E} + \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)\nabla E^2}{2}.$$

Система (1) выведена при справедливом для слабопроводящих жидкостей допущении  $n_{\pm} \ll n_a$  методами механики сплошных сред. В (1)  $n_{\pm}$  — концентрации положительных и отрицательных ионов,  $n_a$  — концентрация нейтральных молекул,  $K_D(|\mathbf{E}|)$  — константа, зависящая от напряженности поля электролитической диссоциации,  $K_r$  — константа рекомбинации,  $D, b$  — коэффициенты диффузии и подвижности. Про-

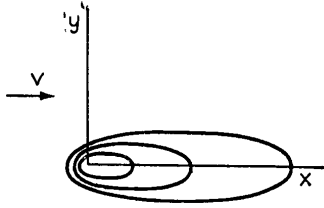


Рис. 2.

стейшими теоретическими задачами при этом могут быть задачи о переносе зарядов внешним потоком, при котором скоростями течений, обусловленных электрическим полем, можно пренебречь по сравнению с его скоростью, например задача о переносе зарядов при обтекании тонкой высоковольтной проволоки (рис. 2).

Аналогичные задачи рассматривались для распределения температуры в потоке жидкости, обтекающей тонкую нагретую проволоку, и для распределения магнитного поля тонкого проводника с током, обтекаемого проводящей жидкостью [6].

В настоящей работе рассматривается поперечное обтекание тонкой проволоки, находящейся под высоким напряжением. Текущая жидкость слабопроводящая, диэлектрическая, причем за счет неоднородности внешнего электрического поля в ней возникает неоднородная электролитическая диссоциация и образуется объемный заряд. Проволока считается настолько тонкой, что возмущением скорости в потоке жидкости можно пренебречь. Это допущение может быть снято в более точной постановке задачи.

Если предположить, что электрическое поле возникающего объемного заряда  $E' \ll E_0 = A/r$ , и принять для электропроводности ее связь с электрическим полем из [7]\*

$$\sigma = \sigma_0 \exp \beta E^{1/2}; \quad \beta = \frac{e^{3/2}}{2(\pi \epsilon)^{1/2} k T}, \quad (2)$$

то решение задачи можно получить следующим образом.

Перенос заряда описывается линейным уравнением [4], получаемым из (1) и (2):

$$\tau \mathbf{v} \nabla q = -q + \epsilon E \nabla \ln \sigma / \sigma_0. \quad (3)$$

Для плоской задачи в полярных координатах  $r$  и  $\phi$  оно принимает вид

$$-\tau v_0 \cos \phi \frac{\partial q}{\partial r} + \frac{\tau v_0 \sin \phi}{r} \frac{\partial q}{\partial \phi} = q + \epsilon \beta E \frac{dE^{1/2}}{dr} = q - \epsilon \beta \frac{A^{3/2}}{2r^{5/2}}. \quad (4)$$

Здесь  $\tau = \epsilon / \sigma$ , причем  $\sigma = \sigma(E)$  по (2),  $v_0 = \text{const}$  — скорость жидкости.

Из (3) получаем эквивалентную систему обыкновенных линейных дифференциальных уравнений

$$-\frac{dr}{\tau v_0 \cos \phi} = \frac{r d\phi}{\tau v_0 \sin \phi} = \frac{dq}{q - \epsilon \beta A^{3/2} / 2r^{5/2}}. \quad (5)$$

Первый интеграл этой системы

$$r = C_1 / \sin \phi, \quad (6)$$

а ее общее решение находим как решение линейного неоднородного уравнения методом вариации постоянных:

$$q = \left\{ C_2 - \int \frac{\epsilon \beta A^{3/2}}{2r^{5/2}} \exp \left( \pm \int \frac{dr}{\tau v_0 \sqrt{1 - C_1^2 / r^2}} \right) dr \right\} \times \exp \left( \mp \int \frac{dr}{\tau v_0 \sqrt{1 - C_1^2 / r^2}} \right). \quad (7)$$

\* Условия выполнения (2) получены из (1) в [5]. Так же получено [5] условие пренебрежения полем объемного заряда по сравнению с внешним при его слабом конвективном переносе, т. е. при  $Re_* = v_* |bE_*| \ll 1$ . С учетом такого переноса и выполнения (2) это условие имеет вид  $\beta E_* |1 + \tau_* v_* / L| \ll 1$ .

Здесь знак минус соответствует  $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$ , знак плюс —  $\pi/2 \leq \phi \leq \pi$  и  $-\pi \leq \phi \leq -\pi/2$ .

Таким образом, для условий, при которых  $\sigma$  определяется по (2), решение задачи сводится к квадратуре (7). Для предельного случая

$$\text{Re}q \gg 1 \quad (8)$$

из (1) в стационарном случае получается при пренебрежении членами  $n_{\pm}bE$  по сравнению с  $n_{\pm}v$ :

$$v\nabla q - D\Delta q = 0. \quad (9)$$

Для рассматриваемой задачи из (9) имеем

$$v_0 \frac{\partial q}{\partial x} = D \left( \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \right), \quad (10)$$

т. е. она сводится к обычному уравнению теплопроводности. Решение Кинга, используемое в задачах теплообмена и магнитной гидродинамики [6], в данном случае выписывается следующим образом:

$$q = CK_0(v_0 r/2D) \exp v_0 x/2D, \quad (11)$$

где  $C$  — постоянная,  $K_0$  — модифицированная функция Бесселя. При типичном значении коэффициента диффузии для слабопроводящих жидкостей [8]  $D = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/(В·с),  $r_0 \geq 1$  мкм,  $v_0 \geq 10$  см/с, из (11)

$$q \approx C(\pi D/v_0 r)^{1/2} \exp \{v_0(x-r)/2D\}. \quad (12)$$

Качественно вид изолиний  $q = \text{const}$  приведен на рис. 2 при  $q$ , определяемом по (12) точно так же, как и вид изолиний аналогичного решения для потенциала магнитного поля в [6]. Окружности, являющиеся изолиниями  $q$ , при  $v=0$  деформируются при таком переносе в более сложные замкнутые кривые. Показание прибора 5, пропорциональное  $q$ , монотонно зависит от измеряемой скорости  $v_0$  при  $v_0 r/2D \gg 1$  согласно (12).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бортников Ю. С., Рубашов И. Б. Электрогазодинамические эффекты и их применение. — Магнитная гидродинамика, 1975, № 1, с. 23—34.
2. Янговский Е. И. Схемы электрогазодинамических машин. — В кн.: Вопросы магнитной гидродинамики и физики плазмы. Рига: Изд. АН ЛатвССР, 1962, с. 429—454.
3. Денисов А. А., Нагорный В. С. Электрогидро- и электрогазодинамические устройства автоматики. Л.: Машиностроение, 1979. 288 с.
4. Янговский Е. И., Апфельбаум М. С. О силе, действующей от игольчатого электрода на слабопроводящий жидкий диэлектрик, и вызываемых ею течениях. — Магнитная гидродинамика, 1977, № 4, с. 73—80.
5. Апфельбаум М. С., Полянский В. А. Об образовании объемного заряда в слабопроводящих средах. — Магнитная гидродинамика, 1982, № 1, с. 71—76.
6. Шерклиф Дж. Курс магнитной гидродинамики. М.: Мир, 1967. 320 с.
7. Френкель Я. И. К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных проводниках. — ЖЭТФ, 1938, т. 8, вып. 12, с. 1292—1301.
8. Адамчевский И. Электрическая проводимость жидких диэлектриков. Л.: Энергия, 1972. 296 с.

Поступила 2 июня 1983 г.