

УДК 532.135:537.84

З. П. Шульман, Б. М. Хусид, Э. А. Зальцгендлер

ДВИЖЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ МАГНИТОМЯГКОЙ ЧАСТИЦЫ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОТОКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЬНОГО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Наложение внешнего магнитного поля является эффективным методом воздействия на механическое поведение намагничивающихся сред [1—3]. Большой интерес представляет применение вращающихся магнитных полей. Описание поведения феррожидкостей под действием вращающегося магнитного поля детально проанализировано в ряде работ, из которых отметим [4—8]. Для них характерной особенностью предложенных модельных построений является учет броуновских сил.

Иная ситуация возникает при анализе поведения магнитореологических суспензий (МРС). Для них присуще интенсивное структурообразование, которое приводит к тому, что частицы дисперсной фазы объединяются в крупные агрегаты [9, 10]. В первом приближении агрегаты могут моделироваться осесимметричными эллипсоидами. Для таких элементов дисперсной фазы влиянием броуновского движения можно пренебречь.

Проанализируем динамику поведения жесткой осесимметричной частицы магнитомягкого материала в меняющемся во времени и пространстве магнитном поле. Магнитное поле предполагается достаточно сильным (оценки будут проведены ниже). Частица достаточно мала для того, чтобы можно было пренебречь инерцией при анализе микродинамики. Если изолированная частица, ориентированная в направлении единичного вектора $\mathbf{p}(t)$ (рис. 1), помещена в произвольно движущуюся жидкость, то она будет вращаться в отсутствие броуновских пар в соответствии с уравнением [11]

$$D\mathbf{p}/Dt = \mathbf{S}\mathbf{p} + \mathbf{W}\mathbf{p} + g[\mathbf{D}\mathbf{p} - \mathbf{p}(\mathbf{p}\mathbf{D}\mathbf{p})] + K\mathbf{L}\mathbf{p}, \quad (1)$$

где \mathbf{S} — тензор квазитвердого вращения жидкости, \mathbf{W} — часть вихря, оставшаяся после исключения квазитвердого вращения, \mathbf{D} — скорость деформации жидкости, \mathbf{L} — момент магнитных сил, действующий на частицу, K — коэффициент, характеризующий зависимость гидродинамического момента от формы частицы, g — параметр формы (для эллипсоидальной частицы имеем $K = 3(a^2\alpha_0 + b^2\beta_0)/16\pi\eta_0(a^2 + b^2)$,

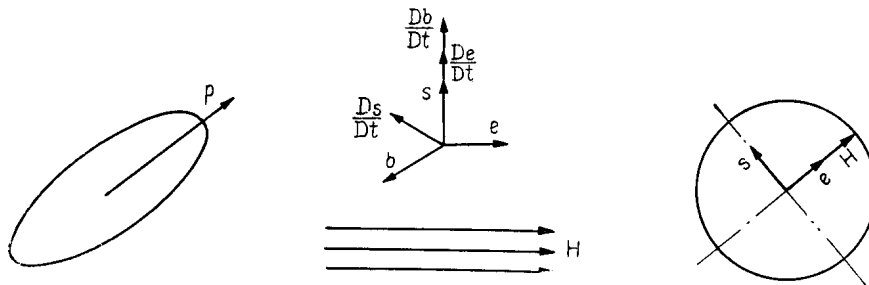


Рис. 1. Система координат, связанная с вращающимся магнитным полем.

Рис. 2. Случай плоского магнитного поля.

$g = (a^2 - b^2)/(a^2 + b^2)$, где a, b — большая и малая оси эллипсоида, η_0 — вязкость дисперсионной среды, α_0, β_0 — эллиптические интегралы).

Тензор вращающих моментов, действующих на частицу, имеет вид

$$L = \mu_0 \lambda (\rho \mathbf{H}) \{ \mathbf{H} \otimes \rho - \rho \otimes \mathbf{H} \}, \quad (2)$$

где \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, \otimes — знак диадного умножения, λ — коэффициент, равный для осесимметричного эллипсоида $\lambda = \kappa V [(1 + \kappa n^{(1)})^{-1} - (1 + \kappa n^{(2)})^{-1}]$; V, κ — объем и магнитная восприимчивость частицы, $n^{(1)}, n^{(2)}$ — коэффициенты размагничивания вдоль длинной и короткой осей симметрии частицы.

Введем единичный вектор \mathbf{e} , ориентированный в направлении вектора магнитного поля \mathbf{H} : $\mathbf{H} = eH$ (см. рис. 1). Тогда использование соотношения (2) приводит выражение для динамики изменения вектора $\rho(t)$ к виду

$$D\rho/Dt = S\rho + W\rho + g[D\rho - \rho(\rho D\rho)] + \lambda_1 H^2 (\rho \mathbf{e}) [\mathbf{e} - \rho(\rho \mathbf{e})], \quad (3)$$

где H — модуль вектора напряженности; $\lambda_1 = K\lambda$.

Движение частицы удобно рассматривать во вращающейся со скоростью квазитвердого вращения жидкости системе координат. В этой системе

$$\rho = Q\rho^b, \quad \mathbf{e} = Q\mathbf{e}^b, \quad (4)$$

где верхний индекс «в» относится к вращающейся системе.

Применение соотношений (4) позволяет выписать уравнение движения частицы во вращающейся системе:

$$D\rho^b/Dt = W^b \rho^b + g[D^b \rho^b - \rho^b (\rho^b D^b \rho^b)] + \lambda_1 H^2 (\rho^b \mathbf{e}^b) [\mathbf{e}^b - \rho^b (\rho^b \mathbf{e}^b)], \quad (5)$$

$$D^b = Q^T D Q, \quad W^b = Q^T W Q.$$

Таким образом удается исключить квазитвердое вращение жидкости. В принципе, включив в уравнение для тензора преобразования (5) вместо тензора S тензор $S + W$, можно исключить из уравнения (7) и тензор W^b , но это нецелесообразно, так как тензор W^b имеет разный вид в различных точках жидкости, что затрудняет трактовку полученных результатов.

Движение частицы при произвольном изменении в пространстве направления вектора напряженности магнитного поля удобно анализировать во вращающейся системе координат, связанной с взаимно перпендикулярными векторами: вектором ориентации \mathbf{e} , единичным вектором \mathbf{s} , направленным вдоль скорости изменения вектора \mathbf{e} , и вектором \mathbf{b} , перпендикулярным плоскости, в которой лежат первых два вектора (см. рис. 1). Из геометрических соображений следует

$$D\mathbf{e}/Dt = \omega_1 \mathbf{s}, \quad D\mathbf{s}/Dt = -\omega_1 \mathbf{e} - \omega_2 \mathbf{b}, \quad D\mathbf{b}/Dt = \omega_2 \mathbf{s}, \quad (6)$$

где ω_1 и ω_2 — модули угловой скорости вращения векторов \mathbf{e} и \mathbf{b} .

Рассмотрим некоторые, важные с точки зрения приложений, предельные случаи. Если вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} остается при вращении в одной плоскости (рис. 2), то $\mathbf{b} = \text{const}$ и $\omega_2 = 0$. Если \mathbf{H} меняется только по величине, то $\mathbf{e} = \text{const}$, $\omega_1 = \omega_2 = 0$, а векторы \mathbf{s} и \mathbf{b} остаются неопределенными.

Как уже было отмечено выше, магнитное поле предполагается достаточно сильным. Дальнейший анализ будет проведен в два этапа. Сначала исследуем случай отсутствия относительного движения жидкости во вращающейся системе координат. Это соответствует квазитвердому вращению среды в неподвижной системе координат. Потом примем во внимание слабое относительное течение жидкости.

При отсутствии относительного течения уравнения вращения частицы (5) записывают следующим образом (индекс «в» опускается):

$$D\mathbf{p}/Dt = \lambda_1 H^2 (\mathbf{pe}) [\mathbf{e} - \mathbf{p}(\mathbf{pe})]. \quad (7)$$

Величина $T_1 = (\lambda_1 H^2)^{-1}$ имеет размерность времени. Это характерное время слежения частицей за изменяющимся магнитным полем — время релаксации. Видно, что с увеличением напряженности магнитного поля резко уменьшается время запаздывания ориентации частицы.

Для осесимметричного эллипсоида, помещенного в сильное магнитное поле, время релаксации равно

$$T_1 = 4r_e^2 \eta_0 (2 + \kappa) / [\mu_0 \kappa^2 H^2 (2 \ln r_e + 3)], \text{ где } r_e = a/b.$$

Восприимчивость эллипсоида из типичного магнитного материала (порошка карбонильного железа Р-10) с заполнением дисперсной фазой, равным 0,5 [10], имеет величину $\kappa = 5$. Тогда для поля $H = 30$ кА/м при размере агрегата $r_e = 10$ и вязкости дисперсионной среды $\eta_0 = 0,1$ Па·с имеем $T_1 = 0,002$ с. Это и есть порядок времени релаксации.

Домножая обе части уравнения (7) последовательно на \mathbf{b} , \mathbf{e} , \mathbf{s} и учитывая соотношения (6), получим систему уравнений для компонент вектора ориентации \mathbf{p} в базисе $\{\mathbf{e}, \mathbf{s}, \mathbf{b}\}$

$$D(\mathbf{pb})/Dt - \omega_2(\mathbf{ps}) = -\lambda_1 H^2 (\mathbf{pe})^2 (\mathbf{pb}),$$

$$D(\mathbf{pe})/Dt - \omega_1(\mathbf{ps}) = \lambda_1 H^2 (\mathbf{pe}) [1 - (\mathbf{pe})^2], \quad (8)$$

$$D(\mathbf{ps})/Dt + \omega_1(\mathbf{pe}) + \omega_2(\mathbf{pb}) = -\lambda_1 H^2 (\mathbf{pe})^2 (\mathbf{ps}).$$

Будем рассматривать сравнительно медленное вращение магнитного поля так, чтобы характерное время вращения, которое обратно частоте, было много больше характерного времени релаксации. Введем параметр ξ по формуле $\xi = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} / \lambda_1 H^2$. В силу сделанного допущения параметр $\xi \ll 1$. Введем безразмерное время

$$d\tau = \lambda_1 H^2 dt, \quad \tau = \int_0^t \lambda_1 H^2(t) dt \quad (9)$$

и параметры

$$\alpha = \omega_1 / \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}, \quad \beta = \omega_2 / \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}. \quad (10)$$

Как следует из формул (10), величины α и β являются косинусами вектора $d\mathbf{s}/dt$ на оси \mathbf{e} и \mathbf{b} . В случае вращения вектора \mathbf{H} в своей плоскости $\alpha = 1$, $\beta = 0$. В безразмерных величинах (9)–(10) система уравнений (8) преобразуется к виду

$$D(\mathbf{pb})/D\tau = \beta \xi (\mathbf{ps}) - (\mathbf{pe})^2 (\mathbf{pb}),$$

$$D(\mathbf{pe})/D\tau = \alpha \xi (\mathbf{ps}) + (\mathbf{pe}) [1 - (\mathbf{pe})^2], \quad (11)$$

$$D(\mathbf{ps})/D\tau = -\alpha \xi (\mathbf{pe}) - \beta \xi (\mathbf{pb}) - (\mathbf{pe})^2 (\mathbf{ps}).$$

Решение системы (11) с учетом малости параметра ξ будем искать в виде ряда по степеням ξ

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \xi \mathbf{p}_1 + \xi^2 \mathbf{p}_2 + \xi^3 \mathbf{p}_3. \quad (12)$$

Для нулевого приближения из системы уравнений (11) получаем

$$D(\mathbf{p}_0 \mathbf{b})/D\tau = -(\mathbf{p}_0 \mathbf{e})^2 (\mathbf{p}_0 \mathbf{b}), \quad D(\mathbf{p}_0 \mathbf{s})/D\tau = -(\mathbf{p}_0 \mathbf{e})^2 (\mathbf{p}_0 \mathbf{s}), \quad (13)$$

$$D(\mathbf{p}_0 \mathbf{e})/D\tau = (\mathbf{p}_0 \mathbf{e}) [1 - (\mathbf{p}_0 \mathbf{e})^2].$$

Система (13) имеет два стационарных решения: частица ориентирована по полю ($\mathbf{p}_0 = \mathbf{e}$) и перпендикулярна полю ($(\mathbf{p}_0 \mathbf{e}) = 0$). Второе решение неустойчиво, так как любое отклонение от положения, когда $\mathbf{p}_0 \mathbf{e} = 0$, приводит согласно третьему уравнению к росту величины $\mathbf{p}_0 \mathbf{e}$. Устойчивым является лишь решение $\mathbf{p}_0 = \mathbf{e}$. Если вектор \mathbf{p}_0 отклонится от направления магнитного поля, то проекция $\mathbf{p}_0 \mathbf{e}$ станет меньше единицы. Из третьего уравнения сразу же вытекает, что тогда произведение $\mathbf{p}_0 \mathbf{e}$ начнет возрастать, стремясь к единице. Этот результат — следования частицы, помещенной в вязкую жидкость, за полем, ориентация которого произвольно меняется в пространстве, обобщает известный результат об ориентации анизодиаметрической частицы вдоль линий стационарного магнитного поля.

Подстановка разложения (12) в систему (11) и приравнивание членов с первыми, вторыми и третьими степенями малого параметра дает соответствующие системы уравнений для векторов \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 и \mathbf{p}_3 . Исследование полученных систем линейных уравнений показывает, что существуют устойчивые решения, не зависящие от начальных условий. При этом вектор \mathbf{p}_1 оказывается коллинеарным вектору \mathbf{s} . Динамика его изменения описывается уравнением

$$D\xi(\mathbf{p}_1 \mathbf{s})/D\tau + \alpha\xi = -\xi(\mathbf{p}_1 \mathbf{s}). \quad (14)$$

При выполнении условия $D \ln(\xi\alpha)/D\tau = 0(1)$, т. е. при достаточно медленном изменении в масштабе времени релаксации внешнего поля, решением уравнения (14) является выражение

$$\mathbf{p}_1 = -\alpha \mathbf{s}.$$

Аналогичный анализ для векторов \mathbf{p}_2 и \mathbf{p}_3 показывает, что при выполнении условий $D \ln(\xi^2 \alpha \beta)/D\tau = 0(1)$, $D \ln(\xi^3 \alpha^2 \beta)/D\tau = 0(1)$, $D \ln(\xi^2 \alpha \beta^2)/D\tau = 0(1)$ существует устойчивое решение. В результате вектор ориентации частицы в случае отсутствия гидродинамического течения имеет вид

$$\mathbf{p} = \mathbf{e} - \xi(\alpha \mathbf{s}) - \xi^2(\alpha \beta \mathbf{b} + \alpha^2 \mathbf{e}/2) + \xi^3(\alpha \beta^2 - \alpha^3/2) \mathbf{s}. \quad (15)$$

Таким образом, при квазитвердом вращении жидкости частица следует за переменным во времени и пространстве магнитным полем со смещением, ориентированным в первом приближении по направлению вектора \mathbf{s} — скорости изменения магнитного поля, во втором — в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{s} с составляющей вдоль линии поля \mathbf{e} ; в третьем — снова в направлении вектора \mathbf{s} . Для плоского случая ($\alpha = 0, \beta = 0$) формула (15) принимает вид

$$\mathbf{p} = \mathbf{e} - \xi \mathbf{s} - \xi^2 \mathbf{e}/2,$$

т. е. в этом случае отсутствует составляющая вдоль вектора \mathbf{b} .

Проанализируем динамику поведения намагничивающей частицы при наличии относительного движения жидкости. Уравнение движения частицы имеет вид (5). Анализ движения по-прежнему будем проводить в базисе $\{\mathbf{e}, \mathbf{s}, \mathbf{b}\}$ (см. рис. 1). Введем характеристики гидродинамического поля по соотношениям $\Omega = W/\xi \lambda_1 H^2$, $\mathbf{d} = \mathbf{D}/\eta \lambda_1 H^2$.

Теперь можно определить, что подразумевается под слабым гидродинамическим полем: скорость деформации D и вихрь W должны быть много меньше $\lambda_1 H^2$, т. е. время релаксации должно быть много меньше как характерного времени скорости деформирования, так и вихревого движения. В этих условиях параметры ξ и η будут много меньше единицы (они являются масштабами для соответствующих процессов).

Умножая уравнение (5) поочередно на \mathbf{e} , \mathbf{s} и \mathbf{b} , получим в безразмерных переменных

$$D(\mathbf{p}\mathbf{e})/D\tau = \alpha\xi(\mathbf{p}\mathbf{s}) + \xi(\mathbf{e}\Omega\mathbf{p}) + \eta g[\mathbf{e}\mathbf{d}\mathbf{p} - (\mathbf{p}\mathbf{e})(\mathbf{p}\mathbf{d}\mathbf{p})] + \\ + (\mathbf{p}\mathbf{e})[1 - (\mathbf{p}\mathbf{e})^2], \quad (16)$$

$$D(\mathbf{ps})/D\tau = -\alpha\xi(\mathbf{pe}) - \beta\xi(\mathbf{pb}) + \xi(\mathbf{s}\Omega\mathbf{p}) + \eta g[\mathbf{s}d\mathbf{p} - (\mathbf{ps})(\mathbf{p}d\mathbf{p})] - (\mathbf{ps})(\mathbf{pe})^2,$$

$$D(\mathbf{pb})/D\tau = \beta\xi(\mathbf{ps}) + \xi(\mathbf{b}\Omega\mathbf{p}) + \eta g[\mathbf{b}d\mathbf{p} - (\mathbf{bp})(\mathbf{p}d\mathbf{p})] - (\mathbf{pb})(\mathbf{pe})^2.$$

Решение системы (16) ищется в форме (анализируется случай $\xi \ll 1$, $\eta \ll 1$)

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0(\xi) + \xi\mathbf{p}_1(\xi) + \eta\mathbf{p}_2(\xi). \quad (17)$$

Первое слагаемое в этом выражении представляет собой отклик частицы на произвольное изменение по величине и направлению магнитного поля в отсутствие гидродинамического движения, второе — дает влияние скорости деформации на положение вектора ориентации частицы, третье — поправку на вихревое движение среды. Система уравнений движений для составляющих вектора ориентации в разложении (17) получается, как обычно, подстановкой этого разложения в систему уравнений (16) и приравниванием соответствующих членов (вводится допущение, что

$$D \ln \xi / D\tau = 0(1), \quad D \ln \eta / D\tau = 0(1),$$

т. е. гидродинамическое поле слабо эволюционирует во времени). Искомые приближения для составляющих вектора ориентации определяются в виде рядов по степеням ξ

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_{00} + \xi\mathbf{p}_{01} + \xi^2\mathbf{p}_{02} + \xi^3\mathbf{p}_{03}, \quad \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_{10} + \xi\mathbf{p}_{11} + \xi^2\mathbf{p}_{12}, \quad (18)$$

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_{20} + \xi\mathbf{p}_{21} + \xi^2\mathbf{p}_{22}.$$

Далее анализируется практически важный случай, когда ξ , $\eta \ll \xi$. Физически это означает, что характерное время перестройки магнитного поля (обратно пропорциональное частоте) много меньше характерных времен для гидродинамических процессов.

Вектор \mathbf{p}_0 был определен выше (когда отсутствовало гидродинамическое поле). Его вид определяется соотношением (15). Подстановка разложений (18) в системы уравнений для векторов \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 , полученные из (16), дает линейные системы уравнений относительно составляющих \mathbf{p}_{10} , \mathbf{p}_{11} , \mathbf{p}_{12} , \mathbf{p}_{20} , \mathbf{p}_{21} и \mathbf{p}_{22} . Их решение, которое носит устойчивый характер, приводит к выражению для поведения вектора ориентации частицы, помещенной в произвольное (но слабое!) гидродинамическое поле при наложении вращающегося магнитного поля

$$\begin{aligned} \mathbf{p} = & \mathbf{e} - \alpha\xi\mathbf{e} - (\alpha^2\mathbf{e}/2 + \alpha\beta\mathbf{b})\xi^2 + (\alpha\beta^2 - \alpha^3/2)\mathbf{s}\xi^3 + \\ & + \xi\{\Omega\mathbf{e} + \xi[-\alpha\Omega\mathbf{s} - \beta(\mathbf{s}\Omega\mathbf{e})\mathbf{b} + \beta(\mathbf{b}\Omega\mathbf{e})\mathbf{s}]\} + \\ & + g\eta[\mathbf{d}\mathbf{e} - (\mathbf{ede})\mathbf{e} + \xi\{\alpha\mathbf{d}\mathbf{s} + [\alpha(\mathbf{ede}) - 2\alpha(\mathbf{s}\mathbf{d}\mathbf{s}) - \\ & - \beta(\mathbf{b}\mathbf{d}\mathbf{e})]\mathbf{s} + [\beta(\mathbf{s}\mathbf{d}\mathbf{e}) - 2\alpha(\mathbf{b}\mathbf{d}\mathbf{s})]\mathbf{b}\}]. \end{aligned} \quad (19)$$

Знание положения вектора ориентации \mathbf{p} позволяет по формулам (3) и (4) найти намагниченность МРС и вращающий момент магнитных сил. В частности, для вектора плотности момента получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{L} = & \mu_0\varphi_a\gamma[1 - \alpha^2\xi^2/2 - \alpha\xi\xi(\mathbf{e}\Omega\mathbf{s})]\{\alpha\xi\mathbf{b} - \alpha\beta\xi^2\mathbf{s} - \\ & - (\alpha\beta^2 - \alpha^3/2)\xi^3\mathbf{b} + \xi\{\Omega\mathbf{e} \times \mathbf{e} + \xi[-\alpha(\Omega\mathbf{s} \times \mathbf{e}) - \beta(\mathbf{s}\Omega\mathbf{e})\mathbf{s} - \beta(\mathbf{b}\Omega\mathbf{e})\mathbf{b}]\} + \\ & + g\eta[\mathbf{d}\mathbf{e} \times \mathbf{e} + \xi\{\alpha(\mathbf{d}\mathbf{s} \times \mathbf{e}) + [-\alpha(\mathbf{ede}) + 2\alpha(\mathbf{s}\mathbf{d}\mathbf{s}) + \beta(\mathbf{b}\mathbf{d}\mathbf{e})]\mathbf{b} + \\ & + [\beta(\mathbf{s}\mathbf{d}\mathbf{e}) - 2\alpha(\mathbf{b}\mathbf{d}\mathbf{s})]\mathbf{s}\}]\}, \end{aligned}$$

где φ_a — объемная концентрация агрегатов, $\gamma = \lambda/V$.

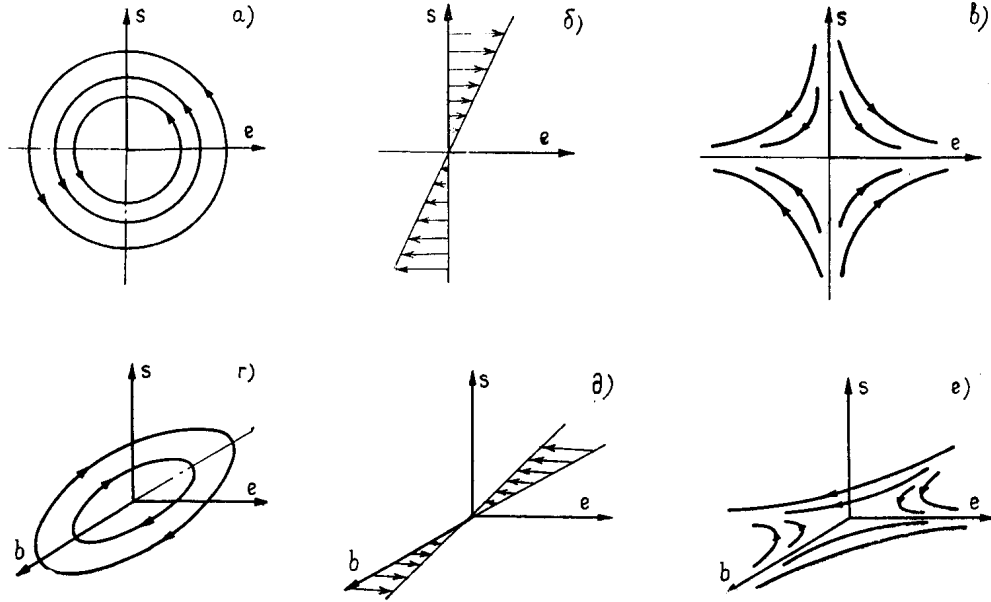


Рис. 3. Варианты взаимной ориентации плоских магнитных и гидродинамических полей.

Легко видеть, что при отсутствии гидродинамического течения формула (19) переходит в (15). Для плоского вращения магнитного поля, когда $\alpha=1$, $\beta=0$, получаем

$$\mathbf{p} = \mathbf{e} - \xi \mathbf{s} + \xi^2 \mathbf{e} / 2 - \xi^3 \mathbf{s} / 2 + \zeta (\Omega \mathbf{e} - \xi \Omega \mathbf{s}) + g \eta [\mathbf{de} - (\mathbf{ede}) \mathbf{e} + \xi \{ \mathbf{ds} + (\mathbf{ede} - \mathbf{sds}) \mathbf{s} - (\mathbf{bds}) \mathbf{b} \}].$$

В качестве примера рассмотрим разные частные случаи плоского гидродинамического течения в условиях наложения плоского магнитного поля (рис. 3). Рассматриваются как параллельная (варианты *a—b*), так и взаимно перпендикулярная (варианты *г—e*) ориентация линий тока и плоскости магнитного поля. Анализируются вращательное (*a, г*) и сдвиговое (*б, д*) течения, а также течение растяжения (*в, e*) (линии тока изображены в мгновенной системе координат, связанной с магнитным полем).

Тензоры завихренности Ω и скоростей деформации \mathbf{d} для этих типов течения имеют вид

$$1. \Omega = \Omega \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = 0; \quad 2. \Omega = A \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = A \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3. \Omega = 0, \mathbf{d} = d \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad 4. \Omega = \Omega \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = 0;$$

$$5. \Omega = A \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = A \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad 6. \Omega = 0, \mathbf{d} = d \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Если представить вектор ориентации \mathbf{p} , намагниченность суспензии \mathbf{I} и плотность вращательного момента \mathbf{L} в виде $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}'$, $\mathbf{I} = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}'$, $\mathbf{L} = \mathbf{L}_0 + \mathbf{L}'$, где нулевой индекс соответствует величинам в отсутствие

гидродинамического поля, величина \mathbf{P}_0 определяется выражением (15), а \mathbf{I}_0 и \mathbf{L}_0 соответственно равны

$$\mathbf{I}_0 = \mu_0 H \varphi_a \{ \gamma [(1 - \xi^2/2) \{ (1 - \xi^2/2) \mathbf{e} + \zeta (1 + \xi^2/2) \mathbf{s} \} - \mathbf{e}/3] + \mathbf{S}_1 \mathbf{e}/V \},$$

$$\mathbf{L}_0 = -\mu_0 H^2 \gamma \varphi_a \xi (1 - \xi^4/4) \mathbf{b}, \quad S_1 = \kappa \frac{3 + \kappa (n^{(2)} + 2n^{(1)})}{(1 + \kappa n^{(1)}) (1 + \kappa n^{(2)})}.$$

Тогда для приведенных типов течений (рис. 3) имеем:

1. $\mathbf{P}' = \zeta \Omega (\mathbf{s} - \mathbf{e}), \quad \mathbf{I}' = \mu_0 H \varphi_a \gamma (1 - \xi^2/2) \mathbf{P}', \quad \mathbf{L}' = -\mu_0 H^2 \gamma \varphi_a (1 - \xi^2/2) \xi \Omega \mathbf{b};$
2. $\mathbf{P}' = A (g\eta - \zeta) (\mathbf{s} + \xi \mathbf{e})/2, \quad \mathbf{I}' = \mu_0 H \varphi_a \gamma \mathbf{P}', \quad \mathbf{L}' = -\mu_0 H^2 \gamma \varphi_a (g\eta - \zeta) \mathbf{b}/2;$
3. $\mathbf{P}' = 2\eta d \xi \mathbf{s}, \quad \mathbf{I}' = \mu_0 H \varphi_a \gamma (1 - \xi^2/2) \eta d \mathbf{s} \xi, \quad \mathbf{L}' = -2\mu_0 H^2 \gamma \varphi_a d (1 - \xi^2/2) \eta \xi \mathbf{b};$
4. $\mathbf{P}' = \zeta \Omega \bar{\mathbf{b}}, \quad \mathbf{I}' = \mu_0 H \varphi_a \gamma \mathbf{P}', \quad \mathbf{L}' = \mu_0 H^2 \varphi_a \gamma \xi \Omega \mathbf{s};$
5. $\mathbf{P}' = A (g\eta - \zeta) \mathbf{b}/2, \quad \mathbf{I}' = \mu_0 H \varphi_a \gamma \mathbf{P}', \quad \mathbf{L}' = \mu_0 H^2 \varphi_a (g\eta - \zeta) \mathbf{s} A/2;$
6. $\mathbf{P}' = \mathbf{I}' = \mathbf{L}' = 0.$

Таким образом, полученные соотношения позволяют определять макрохарактеристики МРС в произвольно изменяющихся в пространстве (но сильных!) магнитных полях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шульман З. П., Кордонский В. И. Магнитореологический эффект. Минск: Наука и техника, 1982. 184 с.
2. Шлиомис М. И. Магнитные жидкости. — УФН, 1974, т. 112, № 3, с. 427—458.
3. Баштовой В. Г., Берковский Б. М., Вислович А. Н. Введение в термомеханику магнитных жидкостей. М.: ИВТ АН СССР, 1985. 188 с.
4. Зайцев В. М., Шлиомис М. И. Увлечение ферромагнитной суспензии вращающимся магнитным полем. — ПМТФ, 1969, № 5, с. 11—16.
5. Moscowitz R., Rosensweig R. Nonmechanical torque-driven flow of a ferro-magnetic fluid by an electromagnetic field. — Appl. Phys. Lett., 1967, vol. 7, N 10, p. 301—303.
6. Цеберс А. О. Моментные напряжения и гидродинамика магнитной жидкости в однородных вращающихся магнитных полях. — Магнитная гидродинамика, 1978, № 4, с. 9—13.
7. Каган И. Я., Рыков В. Г., Янговский Е. И. О течении диэлектрической ферромагнитной суспензии во вращающемся магнитном поле. — Магнитная гидродинамика, 1973, № 2, с. 135—137.
8. Бирик Е. Е., Скобочкин В. Е. Момент трения во вращающемся магнитном поле. — ИФЖ, 1972, т. 22, № 4, с. 687—692.
9. Шульман З. П., Кордонский В. И., Зальцгендлер Э. А., Прохоров И. В., Хусид Б. М., Демчук С. А. Структура, магнитные и реологические характеристики ферросуспензий (эксперимент). — Магнитная гидродинамика, 1984, № 3, с. 3—10.
10. Шульман З. П., Кордонский В. И., Зальцгендлер Э. А., Прохоров И. В., Хусид Б. М., Демчук С. А. Динамические и физические свойства ферросуспензий со структурой, перестраиваемой внешним магнитным полем. — Магнитная гидродинамика, 1984, № 4, с. 30—38.
11. Хинч Э., Лил Л. Уравнения состояния в механике суспензий. Ч. 2. Приближения для суспензий жестких частиц, подверженных броуновским вращениям. — В кн.: Гидродинамическое взаимодействие частиц в суспензиях. Сер. Механика (новое в зарубежной науке). М.: Мир, 1980, с. 216—243.

Поступила 1 ноября 1985 г.