

*А. Гайлитис*

## ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ НЕПОДВИЖНОГО ПРОВОДНИКА

Magnetic field generation by distributed flows having polynomial stream function in a uniform conducting medium has been considered. It has been found that a meridional flow of two separated ring vortices generates a steady magnetic field. Critical values of  $Rm$  and field patterns have been calculated. Both of them converge if the amount of spherical functions taken into account grows. If the velocities near the surface are directed towards the equator, a dipole type field is generated. If they are directed towards the poles, the field is of quadrupole type. A single ring vortex with swirl causes the generation of an alternating magnetic field of rotating dipole type.

Важной проблемой теории кинематического динамо является установление самых простейших типов движения, способных генерировать магнитное поле в однородно электропроводящей и несжимаемой среде. Поскольку генерируемое поле в принципе не может быть осесимметричным (теорема Каулинга [1]), особый интерес представляют осесимметричные движения, генерирующие несимметричное поле.

В этой связи давно уже рассматриваются условия генерации для двух схем: для пары тороидальных вихрей с общей осью симметрии [2] и для осесимметричного винтового потока [3, 4]. В первом случае скорость лежит в меридиональной плоскости и спиральность везде нулевая. Во втором случае спиральность является основным свойством течения.

Анализ обеих схем до сих пор ограничен упрощающими условиями. Тороидальные вихри предполагаются тонкими. Незамкнутый винтовой поток считается бесконечно длинным, а замкнутый через наружную зону возврата — достаточно длинным, чтобы влияние длины можно было учесть асимптотическими методами [5].

В настоящей статье мы отказываемся от этих ограничений и рассматриваем две отдельные задачи. В обеих задачах подвижная жидкость заполняет сферическую полость неподвижного проводника. В первой задаче движение в полости имеет топологию двух тороидальных вихрей, во второй — винтового потока вместе с разворотами и возвратом.

Следует отметить, что первая задача представляет собой серьезную вычислительную проблему, требующую применения быстрой ЭВМ со значительной памятью (полностью использовался RAM в 12 Мбайт машины SUN SPARKstation, расчеты проводились с удвоенной точностью). Наши попытки использовать менее мощные машины были неудачными в течение двух десятилетий. Эту задачу пытались решать и другие [6].

Генерация течением, похожим на вторую схему, но помещенную в полости изолятора, установлена в [7]. Мы изучаем вторую схему подробнее в связи с экспериментом [8] по использованию винтового течения натрия для воспроизведения генерации в лабораторных условиях.

**Постановка задачи.** В пространственно неограниченном неподвижном проводнике рассмотрим сферическую полость, заполненную жидкостью той же электропроводности  $\sigma$ . На поверхности полости предполагается наличие идеального электрического контакта между неподвижным и жидким проводниками. В несжимаемой жидкости задано аксиально-симметричное движение, состоящее из меридионального те-

чения с функцией тока  $M$  и (в случае второй задачи) из вращения с угловой скоростью  $F$  вокруг оси симметрии  $z$ :

$$\begin{aligned}v_r &= -(1-r^2) \frac{\partial}{\partial \cos \vartheta} (\sin^2 \vartheta M(r^2, r \cos \vartheta)); \\v_\vartheta &= -\sin \vartheta \frac{\partial}{r \partial r} (r^2(1-r^2) M(r^2, r \cos \vartheta)); \\v_\varphi &= r \sin \vartheta F(r^2, r \cos \vartheta).\end{aligned}\quad (1)$$

Составленная для ЭВМ программа применима к любому течению несжимаемой жидкости, которое в сферических координатах  $r$ ,  $\vartheta$ ,  $\varphi$  представляется замкнутыми полиномами  $M$  и  $F$  от переменных  $r^2$  и  $r \cos \vartheta$ . Однако в настоящей статье мы рассмотрим только три частных случая:

$$1) \quad M = r \cos \vartheta, \quad F = 0,$$

когда

$$v_r = r(1-r^2)(3 \cos^2 \vartheta - 1), \quad v_\vartheta = r(5r^2 - 3) \sin \vartheta \cos \vartheta, \quad v_\varphi = 0; \quad (2a)$$

$$2) \quad M = 4r^5 \cos^3 \vartheta (1 - \cos^2 \vartheta), \quad F = 0,$$

когда

$$\begin{aligned}v_r &= 4r^5(r^2 - 1)(3 - 10 \cos^2 \vartheta + 7 \cos^4 \vartheta) \cos^2 \vartheta, \\v_\vartheta &= 4r^5(9r^2 - 7) \sin^3 \vartheta \cos^3 \vartheta, \quad v_\varphi = 0;\end{aligned}\quad (2б)$$

$$3) \quad M = 0,5, \quad F = 2,598(1-r^2)f,$$

когда

$$\begin{aligned}v_r &= (1-r^2) \cos \vartheta, \quad v_\vartheta = (2r^2 - 1) \sin \vartheta; \\v_\varphi &= 2,598fr(1-r^2) \sin \vartheta.\end{aligned}\quad (2в)$$

Радиус полости  $R$ , масштаб скорости  $v$  и проводимость  $\sigma$  определяют генерацию только посредством комбинации  $Rm = \mu_0 \sigma v R$ , которая непосредственно входит в уравнение (3) (см. далее). На этом основании в уравнении (1) масштаб скорости не приводится, радиус принимается за единицу ( $R=1$ ), а для времени используется так называемый диффузионный масштаб, при котором  $\mu_0 \sigma = 1$ .

Линии потока течений (2а) ... (2в) показаны на рис. 1, 2 и 8 (см. далее). Течение (2а) представляет собой пару соприкасающихся тороидальных вихрей, а течение (2б) — пару тороидальных вихрей, но разделенных неподвижной жидкостью и в экваториальной плоскости, и на оси. Течение (2в) топологически эквивалентно как винтовому потоку, согнутому в кольцо, так и винтовому потоку, окруженному возвратным течением. Коэффициенты в формулах (2) подобраны такими, чтобы масштабом скорости служила максимальная скорость меридиональной циркуляции, а величина  $f$  равнялась максимуму азимутальной скорости (см. также далее, рис. 8).

Рассмотрим только общее движение. Турбулентная природа реальных потоков и сопровождающие электромагнитные явления ( $\alpha$ -эффект и др.) не учитываются.

**Метод расчета.** Генерированное течением поле должно удовлетворять уравнению

$$\partial \mathbf{V} / \partial t = \Delta \mathbf{V} + Rm \operatorname{rot} (\mathbf{v} \times \mathbf{V}) \quad (3)$$

и нулевому условию на бесконечности

$$\mathbf{V}(r, \vartheta, \varphi) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Прямое численное решение уравнения (3) усложнено векторной природой поля  $\mathbf{V}$ , из трех составляющих которого в силу  $\operatorname{div} \mathbf{V} = 0$  только две независимы. В сферических координатах удобнее пользоваться па-

рой скалярных функций  $S(r, \vartheta, \varphi)$  и  $T(r, \vartheta, \varphi)$ , которые выражают поле формулой

$$\mathbf{B} = -i(\mathbf{r} \times \nabla T) - \text{rot}(\mathbf{r} \times \nabla S), \quad (5)$$

автоматически соблюдая условие  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ . В уравнении (5) первое слагаемое называют тороидальным, а второе — полоидальным полем. В динамо-задачах подстановка (5) впервые была использована Баллардом [9], а также детально изложена в [10]. Подстановка (5) отличается от использованной в [10] множителем  $i$ , обеспечивающим вещественность  $S$  и  $T$  в случаях (2а) и (2б). С учетом этого множителя уравнения для  $S$  и  $T$  совпадают с (15.42), (15.46), описанными в [10].

В силу осевой симметрии и стационарности скоростей величины  $S$  и  $T$  от времени и азимута зависят экспоненциально, по закону  $\exp(pt + im\varphi)$  с  $m = 1, 2, 3, \dots$  ( $m \neq 0$  согласно теореме Каулинга). Инкремент  $p$ , действительный для случаев (2а), (2б) и комплексный для (2в), определяем в результате вычислений. Зависимость поля от  $r$  и  $\vartheta$  ищем в виде ряда по присоединенным функциям Лежандра  $P_l^m(\cos \vartheta)$ :

$$T(r, \vartheta, \varphi) = \exp(im\varphi + pt) \sum_{l=m}^{\infty} t_l(r) r^l P_l^m(\cos \vartheta), \quad (6)$$

$$S(r, \vartheta, \varphi) = \exp(im\varphi + pt) \sum_{l=m}^{\infty} s_l(r) r^l P_l^m(\cos \vartheta).$$

Множитель  $r^l$  обеспечивает исчезновение производных функций  $s_l$  и  $t_l$  в нуле ( $r=0$ ):  $s'_l(0) = ds_l/dr|_{r=0} = 0$ ,  $t'_l(0) = dt_l/dr|_{r=0} = 0$ . Радиальные функции  $s_l(r)$  и  $t_l(r)$  определяются численным интегрированием уравнений, получаемых подстановкой (6) и (1) в (3):

$$s''_l = ps_l - 2(l+1)s'_l/r - \text{Rm} \sum_{j=m}^{\infty} (U_s^{lj} s_j + U_s^{lj} s'_j + U_t^{lj} t_j), \quad (7)$$

$$t''_l = pt_l - 2(l+1)t'_l/r - \text{Rm} \sum_{j=m}^{\infty} (V_s^{lj} s_j + V_s^{lj} s'_j + V_s^{lj} s''_j + V_t^{lj} t_j + V_t^{lj} t'_j).$$

При расчетах порога самовозбуждения  $\text{Rm}$  оказывается большим числом, и уравнения (7) принадлежат к типу крутых уравнений с «малым коэффициентом при старшей производной». Особо неудобен член с  $s''$  во втором уравнении: если  $s''$  выразить правой частью первого уравнения, возникают члены с множителем  $\text{Rm}^2$ . Это создает много проблем при вычислении.

Разрыв касательной скорости на поверхности сферической полости делает величину  $V_s^{lj}$  сингулярной и образует излом (разрыв производной)  $t_l$  в точке  $r=1$ :

$$\delta t'_l(1) = \text{Rm} \sum_{j=m}^{\infty} D_s^{lj} s_j(1). \quad (8)$$

Мы не приводим громоздкие выражения для  $U$ ,  $V$  и  $D$ . Вычислительная программа составляет эти выражения для выбранной скорости (1) с использованием соотношений между  $(d/dc)P_l^m(c)$ ,  $cP_l^m(c)$  и  $P_l^m(c)$ . Внутри полости  $U$  и  $V$  являются полиномами по  $r$ . Порядок

полиномов и максимальная разность  $l-j$  у ненулевых  $U^{lj}$ ,  $U^{lj}$  растет, если полиномы  $M$  и  $F$  более сложные.

**Численные методы.** В неподвижном (наружном) проводнике все  $U^{lj}=V^{lj}=0$  и  $t_l$ ,  $s_l$  выражаются через модифицированные сферические функции Бесселя:

$$s_l = C_l r^{-l-1/2} K_{l+1/2}(p^{1/2}r), \quad t_l = D_l r^{-l-1/2} K_{l+1/2}(p^{1/2}r). \quad (9)$$

Выбор функций  $K$  определен условием (4).

В движущемся проводнике задача не имеет аналитического решения, и систему (7) приходится интегрировать численно с обрывом бесконечных сумм на каком-то максимальном  $j=l_{\max}$ .

Целью расчета является подбор к каждой паре  $m$  и  $Rm$  такого (в случае (2в) комплексного)  $p$ , при котором регулярные в нуле ( $r=0$ ) функции  $s_l$  при  $r=1$  гладки, а  $t_l$  согласно условиям (8) переходят во внешние решения (9). Конечной целью является установление такой области  $Rm$ , где существуют растущие решения, т. е. где  $\text{Re}(p) > 0$ .

После обрыва рядов задачу в принципе можно решать стандартными методами вычисления собственных значений. Однако при недостаточном  $l_{\max}$  бывают и фиктивные корни, не стремящиеся к определенному пределу при увеличении параметра обрыва  $l_{\max}$ , поэтому удобнее задачу переформулировать и вместо нуля в одном из условий гладкости при  $r=1$  записать вспомогательную величину  $d(Rm, p)$ , убедиться в ее сходимости по мере роста  $l_{\max}$  и только после этого численно искать  $p(Rm)$  как корень уравнения  $d(Rm, p) = 0$ .

Решения, при которых  $s_m \neq 0$ , нормируются условием  $s_m(0) = 1$ , а условие гладкости записывается в виде

$$s'_l(1-0) - s'_l(1+0) = \delta_{ml} d(Rm, p). \quad (10)$$

Решения, из-за симметрии которых везде  $s_m = 0$ , нормируются условием  $t_m(0) = 1$ , а  $\delta_{ml} d(Rm, p)$  добавляется к уравнению (8).

Величина  $d(Rm, p)$  имеет смысл электрического тока, который необходимо пропускать при  $r=1$  по соответственно намотанной обмотке для возбуждения нормированного поля в центре полости, поэтому существование этой величины до предела генерации и на самом пределе сомнений не вызывает. При некоторых значениях  $Rm$  величина  $s_m(0)$  (или  $t_m(0)$ ) может пройти через нуль, а  $d(Rm, p)$  — через  $\infty$ . На пределе генерации (т. е. самовозбуждения) внешнего возбуждения не нужно, и  $d(Rm, p) = 0$ .

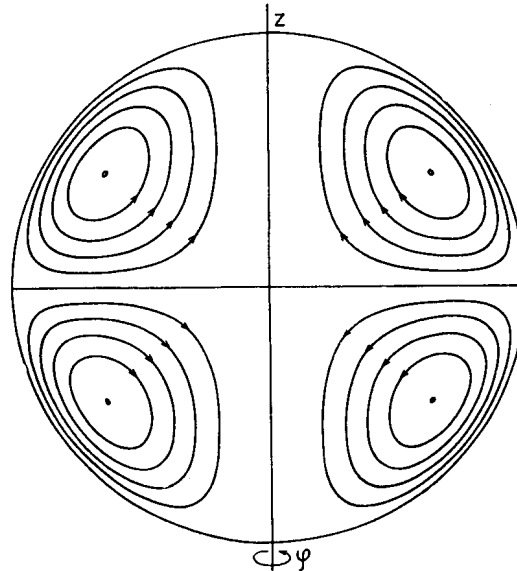
Введение  $d(Rm, p)$  приводит лишь к несущественному увеличению длительности расчета, поскольку для ее вычисления необходимо решить линейную краевую задачу, т. е. уравнения (7) с граничными условиями в двух точках —  $s'(0) = t'(0) = 0$  при  $r=0$  и вышеизложенное сопряжение с наружными решениями (9) при  $r=1$ . Для численного решения воспользуемся обоими методами решения двухточечных задач, названными в [11] методами «пристрелки» и «релаксации».

Метод «пристрелки» проще в программировании, быстрее в вычислении и требует меньшей памяти ЭВМ. Между  $r=0$  и  $r=1$  выбирается точка встречи. С обоих концов (т. е. и от нуля и от единицы) до точки встречи система (7) интегрируется методом Рунге—Кутты столько раз, сколько линейно независимых решений совместны с граничными условиями на данном конце. После построения всех линейно независимых решений решается система линейных алгебраических уравнений и устанавливаются начальные условия при  $r=0$  и  $r=1$  для получения гладкого решения в точке встречи. Это решение находится интегрированием с обоих концов, вычисляются неувязки и начальные значения уточняются до тех пор, пока решение становится действительно гладким и вычисленное значение  $d(Rm, p)$  перестает изменяться.

К сожалению, метод устойчив только до определенного значения  $Rm$ , при котором вблизи точки встречи на кривых  $s_l(r)$ ,  $t_l(r)$  с макси-

Рис. 1. Картина течения в модели соприкасающихся кольцевых вихрей (2а).

Fig. 1. Flow pattern of the model of two contacting vortex rings (2a).



мальным  $l$  появляется возмущение. С ростом величины  $Rm$  возмущение начинается при меньших  $l$ . С увеличением значения  $Rm$  всего на несколько процентов точность вычисления  $d(Rm, \rho)$  уменьшается настолько, что значащие цифры буквально исчезают. Методом «пристрелки» удалось изучить только течение (2в) и подбором места точки встречи сдвинуть неустойчивость за пределы рис. 9 (см. ниже). Для течений (2а) и (2б) неустойчивость алгоритма наступает до возникновения генерации поля. Вычисленные в устойчивой области значения  $d(Rm, \rho)$  совпадают с полученными методом «релаксации».

В методе «релаксации» система (7) аппроксимируется разностными уравнениями, и краевая задача сводится к решению огромной системы линейных алгебраических уравнений. Хотя алгоритм и использует память весьма экономно, доступное число узловых точек и значение  $l_{max}$  ограничены наличием памяти для хранения необходимых промежуточ-

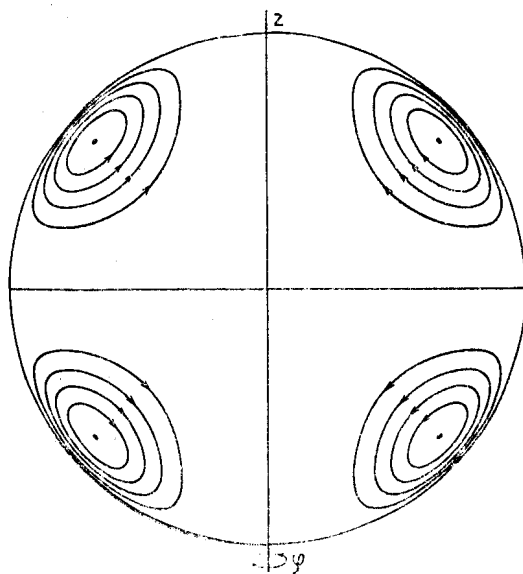


Рис. 2. Картина течения в модели несоприкасающихся кольцевых вихрей (2б).

Fig. 2. Flow pattern of the model of two contacting vortex rings (2b).

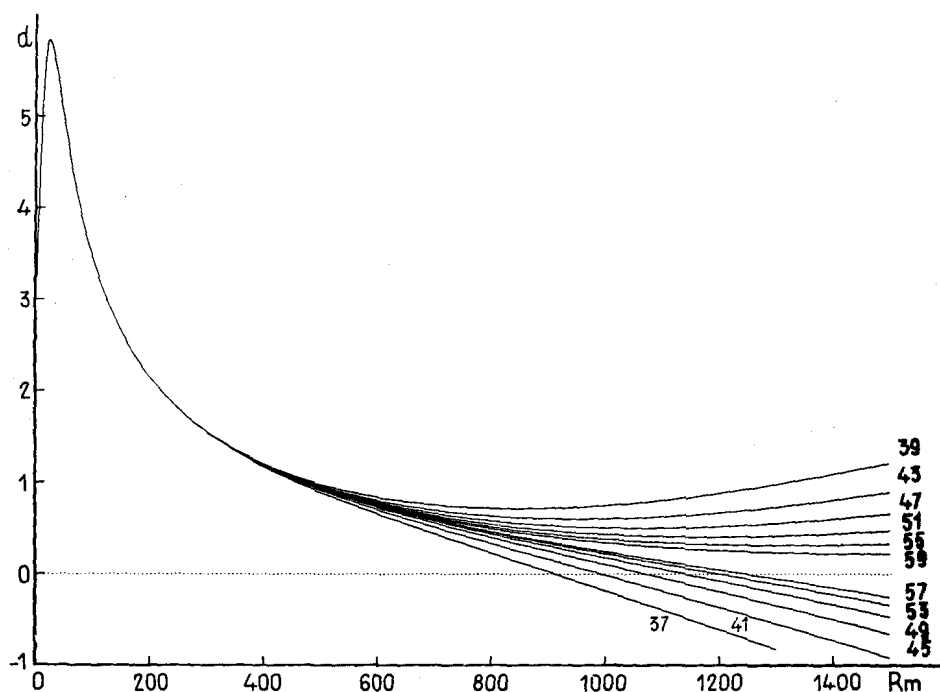


Рис. 3. Реакция модели (2а) на внешнее возбуждение: зависимости возбуждающего тока  $d$  от магнитного числа Рейнольдса  $Rm$  при  $p=+0$ . Около кривых указаны значения  $l_{max}$ .

Fig. 3. Response of the model (2a) to an external excitation: dependence of exciting current  $d$  on magnetic Reynolds number  $Rm$  at  $p=+0$ . Values of  $l_{max}$  are indicated at the curves.

ных величин. Метод «релаксации» был запрограммирован нами без использования комплексных чисел и поэтому к течению (2в) не применялся. С устойчивостью алгоритма трудностей не возникало.

**Результаты расчета моделей (2а) и (2б).** Оба эти течения представляют собой пару тороидальных вихрей без азимутального движения. Линии течения лежат в меридиональной плоскости и показаны на рис. 1 и 2. Вихри (2а) толсты; они вовлекают в движение и экваторную плоскость, и ось. Вихри (2б) тонки и разделены неподвижной жидкостью вблизи и экватора, и оси. Поведение обеих моделей под влиянием внешнего возбуждения показано на рис. 3 и 4.

Движение проводника действует на магнитное поле двояко: поле выталкивается из области движения, а также и усиливается. Оба явления определяются одним и тем же параметром  $Rm$  и происходят одновременно. От их соперничества зависит способность данного течения генерировать магнитное поле [12].

Этим соперничеством объясняются рис. 3 и 4. При малых значениях  $Rm$  доминирует выталкивание поля; для поддержки нормированного поля требуется усиленное возбуждение и значение  $d$  увеличивается. Когда «неудобное» поле в основном вытолкнуто, значение  $d$  достигает максимума. Далее превалирует усиление и  $d$  уменьшается как для рис. 3, так и рис. 4.

На этом сходство моделей (2а) и (2б) кончается. На рис. 3 величина  $d$  с ростом  $l_{max}$  сходится столь медленно, что нет возможности узнать, пересекает ли предельная кривая ось или нет. Таким образом, вопрос о способности течения (2а) генерировать магнитное поле пока остается открытым.

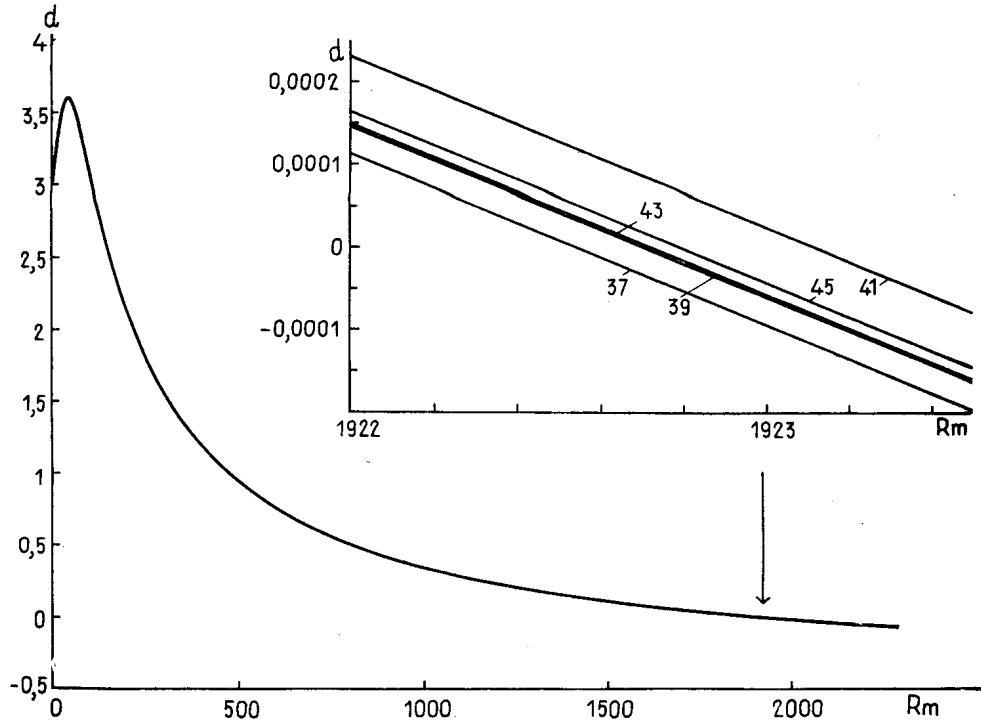


Рис. 4. То же, для модели (2б).

Fig. 4. The same for the model (2b).

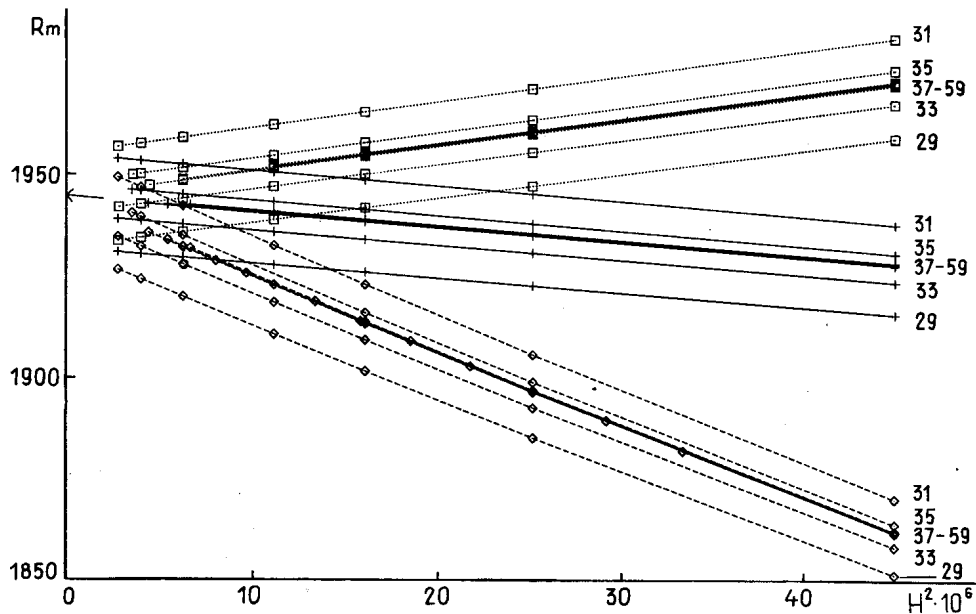


Рис. 5. Графическое уточнение критического  $R_m$  для поля дипольного типа. Нижняя группа данных — от  $r=0$  до 1 узловые точки равномерны. Средняя группа данных —  $2/3$  узловых точек равномерны в интервале от 0 до 0,9, остальные равномерны между 0,9 и 1. Верхняя группа данных —  $2/3$  узловых точек равномерны между 0 и 0,9, остальные геометрически сходятся к  $r=1$ . Около кривых указаны соответствующие  $l_{\max}$ .

Fig. 5. Graphical correction of the critical values of  $R_m$  for dipole type field. Below — the nodes are uniformly distributed between  $r=0$  and  $r=1$ . In the mid —  $2/3$  of nodes are uniformly distributed between  $r=0$  and 0,9, the rest between 0,9 and 1. Above —  $2/3$  of nodes are uniformly distributed between  $r=0$  and 0,9, the rest are distributed according to a geometrical progression between 0,9 and 1, converging to  $r=1$ . Values of  $l_{\max}$  are indicated at the curves.

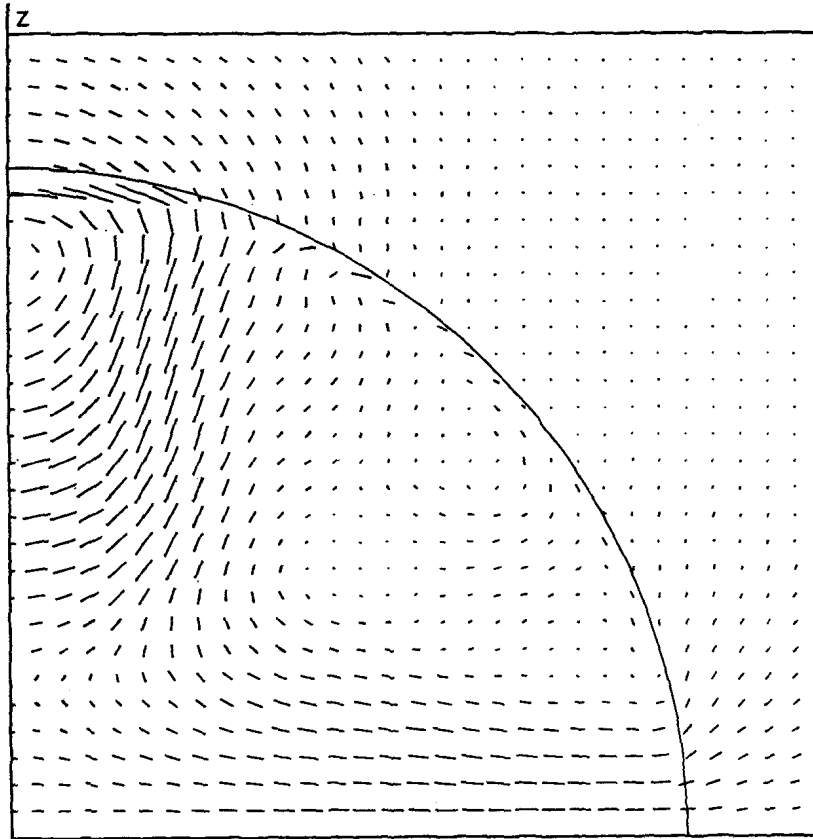


Рис. 6. Картина меридиональных составляющих магнитного поля. Направлением и длиной отрезков линий указываются направление и численное значение поля.

Fig. 6. Pattern of magnetic field meridional components. The direction and length of the lines correspond to those of the magnetic field vector.

Другое дело — процесс, изображенный на рис. 4. Кривые с разными значениями  $l_{\max}$  здесь настолько близки друг к другу, что даже при пересечении оси требуется тысячекратное увеличение для раздельного их изображения (см. фрагмент рис. 4).

По кривым, приведенным на рис. 4, можно судить о малости ошибки обрывания. Однако метод «релаксации» в использованном нами виде основан на аппроксимации второго порядка и ошибка аппроксимации (другими словами — ошибка интегрирования) намного больше ошибки обрывания. Улучшить аппроксимацию простым увеличением числа узловых точек (их было 300) не позволяет память ЭВМ.

Для устранения ошибки аппроксимации путем графической экстраполяции критические  $Rm$  вычисляли при различных значениях  $l_{\max}$  и с разным числом узловых точек. Все они приведены на рис. 5 в зависимости от квадрата среднеарифметического расстояния  $H$  между узловыми точками. Нижняя, средняя и верхняя группы данных различаются законом размещения узловых точек по радиусу. В каждой группе линии  $l_{\max} = \text{const}$  — прямые, как и должно быть при аппроксимации второго порядка. Продолжения центральных линий всех трех групп пересекают ось  $Rm$  при  $Rm = 1944,8$ . Это является наиболее правдоподобной оценкой критического  $Rm$ .

Данное решение найдено при  $m = 1$  и нормировано условием  $s_1(0) = 1$ . Картина магнитного поля приведена на рис. 6. Вдали от центра



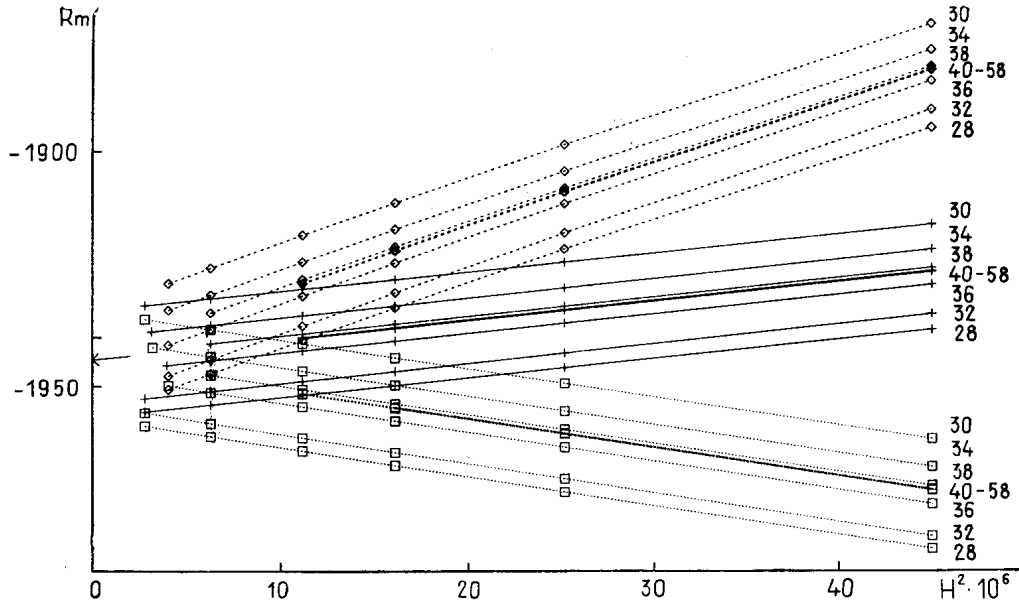


Рис. 7. Графическое уточнение критического  $Rm$  для поля квадрупольного типа. Обозначения те же, что и на рис. 5.

Fig. 7. Graphical correction of the critical values of  $Rm$  for quadrupole type field. The rest of notation is the same as in Fig. 5.

поле стремится к полю диполя, перпендикулярного оси симметрии течения. При сличении картин поля, вычисленных при разных значениях  $l_{\max}$ , расхождения не обнаружены. При сравнении графиков радиальных функций  $s_l(r)$  и  $t_l(r)$  в пределах точности машинного построения графиков установлено полное совпадение низших функций. Влияние  $l_{\max}$  выражено для нескольких высших функций, составляющих  $\approx 10^{-5}$  от низших.

Для других значений  $m$  области генерации не обнаружены. Однако для  $m=1$  установлена и вторая область генерации, где возникает поле квадрупольного типа с ведущей функцией  $t_1(r)$ . Для уточнения критического значения  $Rm$  по аналогии с рис. 5 построен рис. 7 и получено то же значение 1944,8, но со знаком минус. Совпадение объясняется теоремой Проктора [13, 14], утверждающей, что в однородно электропроводящей среде течения определенной симметрии генерируют поля противоположных четностей при равных по величине, но противоположно направленных скоростях.

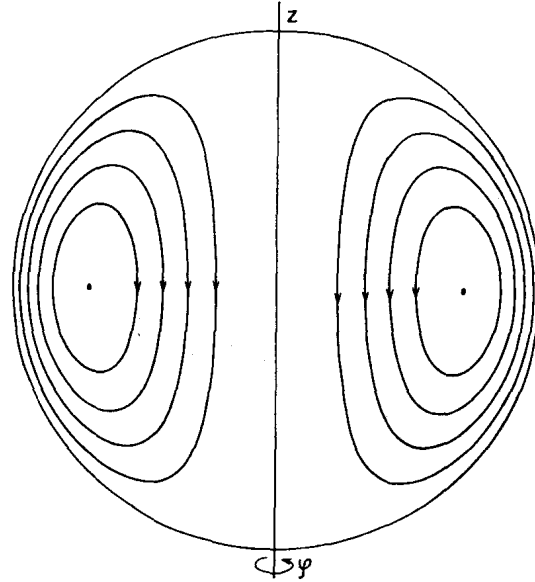
Таким образом, можно считать, что число 1944,8 получаем экстраполяцией на нулевой шаг интегрирования шести независимых групп данных, и (26) можно признать чисто меридиональным осесимметричным течением, генерирующим неосесимметричное магнитное поле.

Найденное критическое значение представляется численно большим. Сравнимое с ним число образуется, если в формулах тонких вихрей [2] в качестве малого радиуса вихря подставить расстояние, измеренное на рис. 2 от центра вращения вихря до неподвижного проводника. Расчет в сжимаемой среде дает существенно меньшую цифру [15].

Следует отметить, что на рис. 5 параметры обрыва — только нечетные, а на рис. 7 — только четные. В обоих случаях высшей учитываемой функцией является  $s$ -функция. Второе ее производное определяется первым из уравнений (7) и с коэффициентом  $Rm$ , являющимся большим числом, входит в правую часть второго. Пренебрежение ею

Рис. 8. Модель короткого винтового динамо (2в). Линии меридионального течения являются одновременно и линиями уровня плотности углового момента азимутального течения.

Fig. 8. Model of the short helical dynamo (2в). The lines of meridional flow are also the lines of constant angular momentum density of the azimuthal rotation.



нарушает сходимость при больших  $Rm$ . При использованном методе обрыва нарушения не имеют место.

**Результаты расчета модели (2в).** Течение (2в) представляет собой сумму меридиональной циркуляции и неоднородного вращения вокруг оси симметрии. Линии меридиональной циркуляции показаны на рис. 8. Те же линии являются и линиями уровня плотности углового момента азимутального течения. Число  $Rm$  определяется по скорости меридиональной циркуляции в центре полости, где она максимальна. Величина  $f$  является отношением максимальной азимутальной скорости к скорости в центре.

После проверки различных вариантов на плоскости  $f-Rm$  была найдена область, где возбуждается поле типа вращающегося диполя ( $m=1$ ). Нейтральная кривая приведена на рис. 9. Внутри ее магнит-

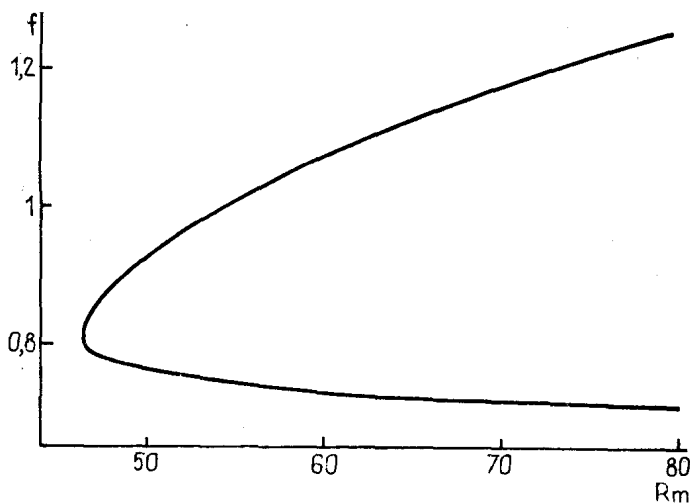


Рис. 9. Предел генерации для винтового динамо (2в).

Fig. 9. Generation threshold of the helical dynamo (2в).

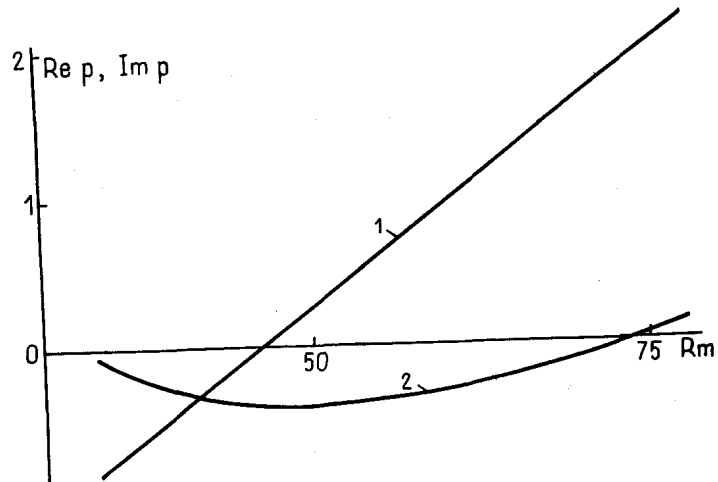


Рис. 10. Инкремент (1) и частота генерации (2) винтового динамо (2в) при  $f=0,98$ .

Fig. 10. Increment (1) and generation frequency (2) of the helical dynamo (2в) at  $f=0.98$ .

ные возмущения растут, снаружи затухают. При  $f=0,98$  были рассчитаны частота и инкремент поля (рис. 10). На пороге частота отрицательна — поле вращается в направлении, обратном вращению жидкости. Точность расчета оценивается в  $1/4$  толщины линии на правой стороне рис. 9 и  $1/200$  линии — на левой.

Обращает на себя внимание узость нейтральной петли и ее асимметрия — при вращении со скоростью меньше оптимальной, генерация обрывается резко, при более сильном вращении необходимое для генерации  $Rm$  растет постепенно. При сравнении с расчетом винтового динамо ограниченной длины следует учесть, что в [5]  $Rm$  отнесен к внутреннему радиусу, а в настоящей статье — к наружному, поэтому рассчитанное здесь критическое значение  $Rm$ , равное 46, соответствует примерно тому значению, которое согласно [5] можно ожидать для короткой модели.

Следует отметить, что критические значения  $Rm$  для моделей (2б) и (2в) различаются в 42 раза. Это свидетельствует о том, что спиральность является весьма благоприятным, хотя и не необходимым фактором в динамопроцессе.

Расчет модели (2б) проведен в Институте математических исследований им. Исаака Ньютона при Кембриджском университете (Англия) в рамках «Динамо программы». Автор благодарит институт за гостеприимство и за предоставление ЭВМ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cowling T. G. The magnetic field of sunspots // Mon. Not. Roy. Astr. Soc. — 1934. — Vol. 94. — P. 39... 48.
2. Гайлитис А. Самовозбуждение магнитного поля парой кольцевых вихрей // Магнит. гидродинамика. — 1970. — № 1. — С. 39... 48.
3. Пономаренко Ю. Б. К теории гидромагнитного динамо // ПМТФ. — 1973. — Т. 6. — С. 47... 51.
4. Гайлитис А., Фрейберг Я. К теории винтового МГД динамо // Магнит. гидродинамика. — 1976. — № 2. — С. 3... 6.
5. Gailitis A. The helical MHD dynamo // Topological Fluid Mechanics. Proc. IUTAM Symposium, Cambridge, Aug. 13—18 1989 / Ed. H. K. Moffatt, A. Tsinober. — Cambridge, CUP, 1990. — P. 147... 156.
6. Бранденбург А. Частное сообщение.

7. *Dudley M. L., James R. W.* Time dependent kinematic dynamos with stationary flow. — Lond.: Proc. R. Soc., 1989. — Vol. A 425. — P. 407...429.
8. *Гайлитис А. К., Карасев Б. Г., Кириллов И. Р., Лиелаусис О. А., Лужанский С. М., Огородников А. П., Преслицкий Г. В.* Эксперимент с жидкометаллической моделью МГД-динамо // Магнит. гидродинамика. — 1987. — № 4. — С. 3...7.
9. *Bullard E. C., Gellman H.* Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism // Phil. Trans. Roy. Soc. — 1954. — Vol. A 247. — P. 213...378.
10. *Krause F., Raedler K.-H.* Mean-field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory. — Berlin: Acad. Verlag, 1980. — 271 p.
11. *Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling W. T.* Numerical recipes, Cambridge, CUP, 1986. — 818 p.
12. *Гайлитис А.* Возбуждение магнитного поля системой затопленных струй // Магнит. гидродинамика. — 1969. — № 3. — С. 31...37.
13. *Proctor M. R. E.* On the eigenvalues of kinematic  $\alpha$ -effect dynamos // Astr. Nachr. — 1977. — Vol. 298. — P. 19...25.
14. *Proctor M. R. E.* The role of mean circulation in parity selection by planetary magnetic fields // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. — 1977. — Vol. 8. — P. 311...324.
15. *Moss D.* A Gailitis-type dynamo in the magnetic CP stars? // Mon. Not. R. Astr. Soc. — 1990. — Vol. 243. — P. 537...542.

Поступила в редакцию 05.02.93