

А. Гайлитис

ПРОЕКТ ЖИДКОНАТРИЕВОГО МГД ДИНАМО - ЭКСПЕРИМЕНТА

A. Gailitis

Institute of Physics, Latvian Academy of Sciences, Salaspils - 1, LV - Latvia

PROJECT OF A LIQUID SODIUM MHD DYNAMO EXPERIMENT

Development of experiment is presented, where a liquid sodium flow should generate a magnetic field in the similar way as convection of the Earth molten core generates the geomagnetic field.

Введение. Ранее мы пытались осуществить генерацию магнитного поля в электрически более-менее однородной среде, прокачивая жидкий натрий посторонним насосом через экспериментальную модель [1]. Внутри модели неподвижные перегородки придавали потоку спиральный характер. Достичь расчетного расхода не удалось, так как неожиданно возникшая механическая вибрация нарушила сварку и эксперимент пришлось прекратить до возникновения самовозбуждения магнитного поля.

В настоящее время изготавливается новая экспериментальная модель иной конструкции (рис. 1). Вместо постороннего насоса два электромотора 1 (мощностью 55 кВт каждый) вращают турбину 2 внутри цилиндрического сосуда с жидким натрием 3. Нижняя половина вертикального сосуда размещается в подвале натриевой лаборатории. Тонкостенными перегородками сосуд разделяется на три коаксиальных цилиндрических канала А, В и С. Турбина засасывает натрий из канала В и направляет его вниз в канал А. Дойдя до дна, поток разворачивается и по каналу В поднимается снова к турбине. Таким образом в каналах А и В поддерживается замкнутое течение. В канале С натрий остается неподвижным и обеспечивает замыкание электрических токов.

Используемая турбина имеет несколько меньшую скорость и более крутые лопасти, нежели турбины стандартных водяных насосов. Благодаря этому потоку в канале А придается существенное вращение, необходимое для генерации магнитного поля. По инерции вращение сохраняется до нижнего конца канала А. После разворота помещена направляющая решетка, останавливающая вращение. В канале В возвратный поток чисто аксиален.

Согласно нижеприведенному расчету модель должна генерировать переменное (вращающееся) магнитное поле при расходе натрия порядка $0,6 \text{ м}^3/\text{с}$.

Условия генерации. Для расчета используется математическая модель, в которой реальное течение заменено тремя твердотельно движущимися проводниками с длиной L и радиусами $R_A < R_B < R_C$ (рис. 2):

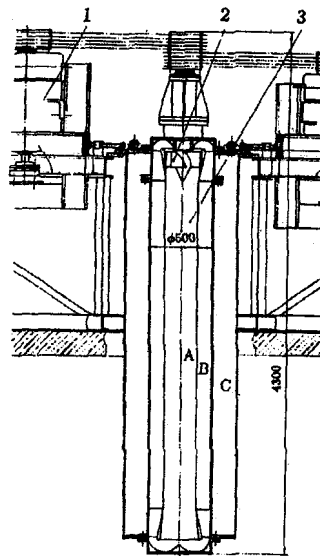
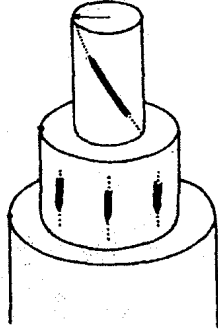


Рис. 1. Схема эксперимента. Пояснения в тексте.

Рис. 2. Математическая модель.



- А) центральный винтовой поток с осевой скоростью v_z и вращением ω . Электромагнитные свойства модели характеризуются безразмерным параметром $Rm = \mu_0 \sigma v_{\max} R_A$, $v_{\max} = (v_z^2 + \omega^2 R_A^2)^{1/2}$;
 В) однородный возвратный поток без вращения, возвращающий весь расход центрального потока;
 С) неподвижный проводник.

Толщина перегородок, отделяющих проводники А от В и В от С, предполагается нулевой, однако их поперечные электросопротивления r_{AB} , r_{BC} включаются в граничные условия и измеряются в "эквивалентных толщинах основного проводника, имеющих равное электросопротивление".

В силу симметрии частные решения уравнения индукции от t , z , φ зависят экспоненциально:

$$B_r \pm iB_\varphi = B_\pm(r) \exp(pt + ikz + i\varphi). \quad (1)$$

В каждом из трех проводников, как и в наружном изоляторе, радиальная зависимость поля выражается функциями Бесселя [2, 3]:

$$B_\pm(r) = aI_{1\pm 1}(cr) + bK_{1\pm 1}(cr), \quad (2)$$

где c – комплексный коэффициент, зависящий от p , k и от движения данного проводника. Совместность всех граничных условий с исчезновением поля на бесконечном радиусе приводит к характеристическому уравнению вида

$$F(Rm, k_r + ik_i, p_r + ip_i, \text{геометрия}) = 0. \quad (3)$$

$F(\dots)$ – громоздкое выражение, содержащее функции Бесселя от комплексного аргумента.

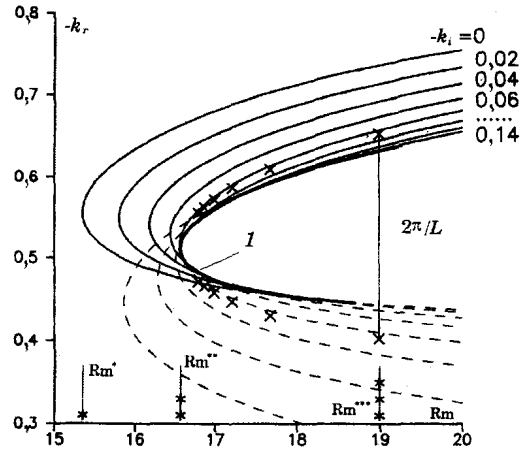
Уравнение (3) решается численными итерациями. Поскольку уравнение комплексное, его решение означает выражение двух действительных переменных, а именно k_r и p_i , в зависимости от всех других аргументов Rm , k_i , p_r и от геометрии модели.

В основе анализа условий генерации лежит рис. 3, где показана зависимость k_r от Rm для $p_r = +0$ и некоторых значений k_i . Для частоты p_i отдельный рисунок не приводится, а некоторая связанная с частотой информация нанесена на рис. 3. Пунктиром изображены те части кривых, где действительная часть комплексной групповой скорости $v_{гр} = idp/dk$ отрицательна. Для некоторых Rm крестиками отмечены два значения k_r (верхнее лежит на сплошной кривой, а нижнее – на пунктирной), которые имеют одинаковые значения k_i и p_i .

Устойчивость магнитных возмущений. С математической точки зрения проблема генерации магнитного поля является задачей об устойчивости нулевого решения (1). При этом следует учитывать магнитные возмущения двух типов – изначальные, существовавшие в начальный момент времени, и непрерывно действующие со стороны нестационарного магнитного окружения. Судьба каждого возмущения зависит от его места на рис. 3. Приходится говорить о трех критических значениях Rm , отмеченных на рис. 3 одной, двумя и тремя звездочками.

$Rm^* = 15,35$ относится к самой левой точке нейтральной кривой $k_i = 0$, $p_r = +0$. При $Rm < Rm^*$ все возмущения затухают и нулевое поле является устойчивым состоянием для модели любой длины. $Rm^{**} = 18,99$ является порогом фактического самовозбуждения модели ограниченной длины $L = 25R_A$ (подробнее ниже). $Rm^{***} = 16,57$ является

Рис. 3. Численное решение уравнения (3): $R_A = 1$; $R_B = 1,77$; $R_C = 3,6$; $\omega = v_z$; $r_{AB} = r_{BC} = 0,08$, $\times - L/R_A = 25, 35, 45, 55, 65, 75$. Rm^* = 15,35 – начало конвективной неустойчивости; Rm^{**} = 16,57 – начало абсолютной неустойчивости, т.е. самовозбуждение для $L = 8$; Rm^{***} = 18,99 – начало самовозбуждения для $L = 25$. I – эвольвента; сплошная линия – $Re\{v_{гр}\} = Im\{dp/dk\} > 0$; пунктирная – $Re\{v_{гр}\} = Im\{dp/dk\} < 0$.



порогом самовозбуждения бесконечно длинной модели $L = \infty$ и соответствует самой левой точке эвольвенты к семейству кривых $k_i = \text{const}$. В этой точке комплексная групповая скорость $v_{гр} = idp/dk$ обращается в нуль. Таким образом, эта точка является и седловой точкой Ландау для функции $p(k)$ и точкой ветвления для обратной функции $k(p)$.

Для Rm между Rm^* и Rm^{***} все изначальные возмущения с k_r , падающим внутрь нейтральной кривой, со временем растут. Однако в силу ненулевой групповой скорости максимум возмущения перемещается вдоль z и прекращает расти в момент, когда возмущение покидает модель. В результате получается конечное усиление, а не генерация. Это же относится и к возмущениям из магнитного окружения, если их частота такова, что $k_i < 0$ и $Re\{v_{гр}\} > 0$. На длине модели они получают конечное усиление $\exp(-k_i L)$.

В других проблемах (пограничные слои и т.п.) ситуацию между Rm^* и Rm^{**} , когда есть усиление, но нет обратной связи, называют конвективной неустойчивостью. При существенном усилении конвективная неустойчивость практически мало отличается от абсолютной неустойчивости ($Rm > Rm^{**}$), когда есть и обратная связь. Наша ситуация отличается от стандартной лишь недостаточной для существенного усиления длиной модели. Для наблюдения генерации необходимо иметь растущее во времени решение, удовлетворяющее нулевым граничным условиям на обоих концах модели.

Ниже Rm^{**} есть только одно решение (1) но оно не удовлетворяет двум условиям. Выше Rm^{**} можно найти два решения, которые при равных Rm , p и k_i имеют различные $k_r = k_1, k_2$. Сумма обоих имеет нули на расстоянии $L = 2\pi/|k_1 - k_2|$. С асимптотической ($L \gg R_A$) точностью можно принять L за длину модели, где такое решение можно генерировать.

Оптимизация. Рис. 3 соответствует размерам модели, принятым для реализации. Эти значения выбраны в результате некоей оптимизации путем сравнения вычисленных Rm^{***} для различных конфигураций.

Оптимизация размера. Течение в модели совершается в далекой турбулентной области, где действует квадратичный закон гидравлического сопротивления и при сравнении геометрически подобных моделей условие

$$Rm = \mu_0 \sigma v_{\max} R_A = \text{const} \quad (4)$$

равносильно условию

$$\text{мощность} \times \text{размер} = \text{const}. \quad (5)$$

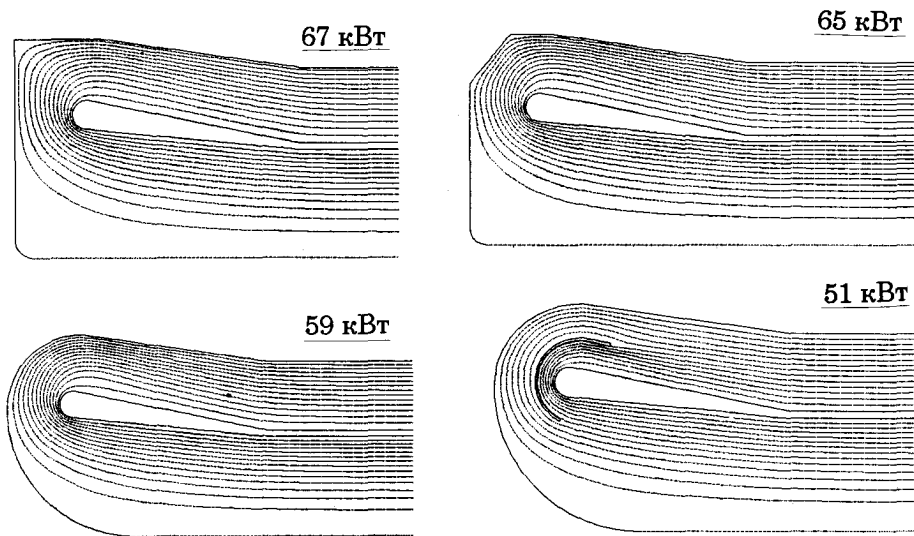


Рис. 4. Течение в нижнем развороте и суммарные гидравлические потери для четырех типов обтекателей

Если все связанные с постановкой эксперимента расходы условно разделить на расходы, пропорциональные объему модели, и расходы, пропорциональные гидравлической мощности, затраченной на движение натрия, то теоретически оптимальным будет такой размер модели, при котором

$$\text{Расходы} = \text{расходы на мощность (25\%)} + \text{расходы на объем (75\%)}. \quad (6)$$

Оптимизация формы. Из вычисленного согласно математической модели критического Rm , минимума массы и квадратичного закона сопротивления вытекают условия для оптимального соотношения активного размера R_A к более пассивным R_C и L :

$$\partial(\ln Rm)/\partial(\ln(R_C/R_A)) = -2/3 \Rightarrow R_C/R_A = 3,2;$$

$$\partial(\ln Rm)/\partial(\ln(L/R_A)) = -1/9 \Rightarrow L/R_A = 35.$$

Поскольку математическая модель не учитывает некоторого затухания вращения, L/R_A было снижено до 25, а по техническим причинам R_C/R_A увеличено до 3,6.

Из минимума Rm^{***} приняты $R_B/R_A = 1,77$ и $\omega R_A/v_z = 1$.

Толщины разделительных перегородок были выбраны из технических соображений равными 1,5 мм, что в безразмерных электросопротивлениях означает $r_{AB} = r_{BC} = 0,08R_A$. Степень влияния r_{AB} , r_{BC} , R_C и L видна из табл. 1, где приведены отклонения критического Rm от вышеприведенного значения Rm^{***} и процентное изменение потребляемой мощности $\delta W/100 = (Rm/Rm^{***})^3 - 1$, если одна из величин r_{AB} , r_{BC} , R_C , L изменяется.

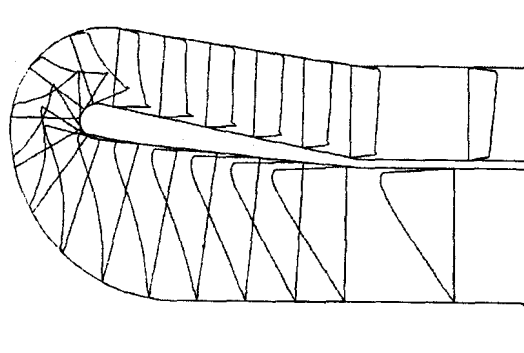
Таблица 1

Изменение критического Rm при некоторых модификациях модели,
 $\delta W/100 = (Rm/Rm^{***})^3 - 1$

δRm	$\delta W, \%$	Модификация	δRm	$\delta W, \%$	Модификация
-1,18	-17	$r_{AB} = 0$	+0,37	+6,0	$(R_A : R_B : R_C)/L = 1,65 : 3 : 25$
-0,30	-4,7	$r_{BC} = 0$	-2,42		$L = \infty$

* Процентная экономия (-) или перерасход (+) гидравлической мощности.

Рис. 5. Профили азимутальной скорости.



Гидравлический расчет. Для достижения $Rm^{***} = 18,99$ при $R_A = 125$ мм необходим расход $0,6$ м³/с. Для оценки потребляемой мощности программой FLUENT проводился гидравлический расчет проточного тракта. Оказалось, что мощность существенно зависит от оформления нижнего разворота потока. Для четырех форм обтекателей картина течения и суммарные гидравлические потери во всем тракте показаны на рис. 4 без поправки на конечный КПД турбины. Заметное снижение потерь достигается помещением в развороте направляющей лопасти. Однако выигрыш спорный, так как небольшие неточности в ее установке приводят к значительному росту гидравлического сопротивления.

На рис. 5 приведены профили азимутальной скорости до установки за разворотом выправляющей решетки. Профиль свидетельствует о сохранении до конца прямого канала A более 80% исходного вращения.

Автор считает приятным долгом благодарить International Science Foundation (Сорос) за финансовую поддержку по грантам LFD000 и LJD100, без которой постановка эксперимента была бы невозможна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гайлитис А. К., Карасев Б. Г., Кириллов И. Р., Лиелаусис О. А., Лужанский С. М., Огородников А. П., Преслицкий Г. В. Эксперимент с жидкометаллической моделью МГД динамо // Магнит. гидродинамика. – 1987. – № 4. – С. 3–7.
2. Пономаренко Ю. Б. К теории гидромагнитного динамо // ПМТФ. – 1973. – № 6. – С. 47–51.
3. Гайлитис А., Фрейберг Я. К теории винтового МГД динамо // Магнит. гидродинамика. – 1976. – № 2. – С. 3–6.

Поступила в редакцию 16.11.94