

УДК 532.135

*В. И. Кордонский, Э. П. Шульман, Э. А. Зальцгендлер,
И. В. Прохоров, Б. М. Хусид, С. Р. Городкин*

ДИНАМИКА ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЫ С САМОВОЗБУЖДАЮЩИМИСЯ ВНУТРЕННИМИ КОЛЕБАНИЯМИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

К настоящему времени широкое распространение получили суспензии поляризованных внешними полями (электрическим или магнитным) частиц, обладающих сильным дальнедействием. Одним из важных свойств таких сред является возможность управления уровнем диссипации механической энергии (эффективной вязкостью) за счет обратимого структурирования. Предложен ряд моделей, в которых при рассмотрении микрогидродинамики основная роль отводится влиянию взаимодействия частиц с внешним полем [1...5]. По мере увеличения интенсивности сдвигового течения структура распадается на отдельные элементы (агрегаты), размеры которых зависят от условий деформирования системы. При этом в силу «слоистости» сдвигового течения имеет место движение одного слоя увлекаемых несущей жидкостью поляризованных частиц относительно другого. Поскольку частицы не заморожены в слой, то из-за взаимодействия с полями частиц соседнего слоя возможно их дополнительное перемещение относительно вязкой несущей среды. Такое самовозбужденное движение частиц может явиться дополнительным источником диссипации механической энергии. Моделированию, исследованию и оценке роли данного механизма превращения энергии и посвящена настоящая работа.

Простейшей ситуацией, когда реализуется указанная постановка задачи, является одномерное движение в вязкой среде намагниченной одиночной частицы сферической формы в поле, напряженность которого перпендикулярна вектору скорости и периодически изменяется в пространстве.

На измерительном узле ротационного вискозиметра (рис. 1) укреплен кольцевой прямоугольный канал, заполненный вязкой жидкостью и содержащий пробную сферическую частицу из магнитного материала. Под ним на расстоянии, соизмеримом с диаметром частицы, находится обойма с жестко закрепленными равномерно расположенными такими же частицами. Плоскость обоймы перпендикулярна оси ротора. Канал и обойма выполнены из немагнитного материала и размещены в соленоиде таким образом, чтобы силовые линии поля были параллельны оси вращения канала.

На одной из неподвижных частиц расположена микрообмотка, выполняющая роль индукционного датчика, по сигналам которого, записываемым на экран осциллографа, можно судить о характере движения пробной частицы. Магнитное поле соленоида, ориентированное указанным образом, намагничивает как пробную частицу, так и закрепленные шарики, которые образуют периодически изменяющееся по окружности магнитное поле. В опытах варьировали частоту вращения ротора, напряженность поля соленоида, количество неподвижных частиц, вязкость жидкости в канале. Измерялись момент на роторе и скорость движения пробной частицы относительно стенок канала: регистрировались импульсы с индукционного датчика.

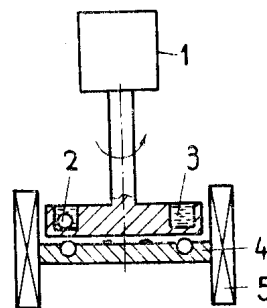


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — измеритель момента; 2 — пробная частица; 3 — прямоугольный кольцевой канал; 4 — обойма с закрепленными шариками; 5 — соленоид.

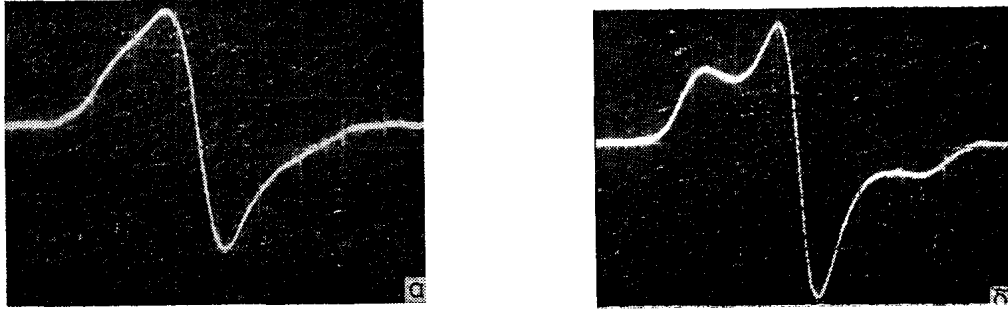


Рис. 2. Сигнал с индукционного датчика в случае закрепленной (а) и свободной (б) частиц.

Эксперименты показали, что в отсутствие поля частица движется с угловой скоростью, равной скорости вращения канала; при увеличении напряженности поля частица замедляется вплоть до ее остановки при $H = H'_{кр}$; при последующем уменьшении напряженности магнитного поля частица начинает движение при $H = H''_{кр} < H'_{кр}$ (процесс остановки-срыва имеет гистерезисный характер); при закреплении пробной частицы у стенки канала сигнал с индукционного датчика имеет форму симметричной синусоиды (рис. 2а), т. е. работа сил магнитного взаимодействия частицы с закрепленными в обойме сферами равна нулю; свободно движущаяся частица индуцирует периодический знакопеременный несимметричный сигнал, свидетельствующий о пульсации ее скорости (рис. 2б); тормозящий вращательный момент на кювете из-за гидродинамических потерь на обтекание частицы растет по мере увеличения напряженности поля и достигает максимума при остановке частицы.

Уравнение одномерного движения пробной частицы в вязкой среде имеет вид

$$mR\omega - F_1[R(\omega_0 - \omega)] = F_2(\varphi). \quad (1)$$

Здесь φ — угловая координата; m — масса частицы; ω_0 — угловая скорость вращения кюветы; $\omega = d\varphi/dt$; R — радиус окружности вращения центра шарика; F_1 — сила вязкого сопротивления; F_2 — внешняя периодическая сила; принято, что жидкость в кювете вращается квазитвердым образом и движение частицы не приводит к возмущению этого течения.

Вначале исследуем модельную задачу преодоления частицей потенциального барьера постоянной высоты, т. е. при ступенчатом изменении функции

$$F_2(\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{при } n\Phi \leq \varphi < n\Phi + \varphi_0; \\ -\bar{F} & \text{при } n\Phi + \varphi_0 \leq \varphi < (n+1)\Phi, \end{cases} \quad (2)$$

где Φ — период функции $F_2(\varphi)$, и линейном законе сопротивления $F_1[R(\omega_0 - \omega)] = kR(\omega_0 - \omega)$. Наибольший интерес представляет установившееся периодическое движение, характеристики которого определяются соотношением конкурирующих сил — вязких (с учетом закона скорости относительного движения частицы) и магнитных. Переход к безразмерным переменным по формулам

$$\varphi_* = \varphi/\Phi; \quad \tau = tk/m; \quad \Omega = \omega_0 m/(k\Phi); \quad C = \varphi_0/\Phi; \\ a = \bar{F}m/[k^2\Phi R - \omega m/(k\Phi)]$$

и последующее решение динамической задачи (1), (2) приводят к соотношениям (на одном периоде)

$$v - \omega_* + \Omega \ln[(\Omega - v)/(\Omega - \omega_*)] - \varphi_* = 0; \quad 0 \leq \varphi_* < C; \\ \omega_{*c} - \omega_* - \varphi_* + C + a \ln[(a + \omega_*)/(a + \omega_{*c})] = 0; \quad C \leq \varphi_* < 1, \quad (3)$$

где $\omega_* = d\varphi_*/d\tau$ — безразмерная угловая скорость движения; v — минимальная скорость (при $\varphi_* = 1$); ω_{*c} — скорость при $\varphi_* = C$. Величины v и ω_{*c} определяются из решения системы уравнений, которая получается из (3) при $\varphi_* = C$ для первого и $\varphi_* = 1$ для второго соотношений.

Рассматриваемая задача содержит независимые величины Ω , a и C , которые определяют динамику движения частицы. Важным является предельный случай преодоления барьера, когда $v \rightarrow 0$. Тогда существует связь между Ω , a и C . В дальнейшем исследуется зависимость ширины барьера (величины $1-C$) при заданных значениях Ω и a . Анализ решения показывает, что существует C_{\min} такое, что преодоление барьера возможно только при $C \geq C_{\min}$. Торможение частицы происходит только при $a \geq 0$. При $a=0$ $C_{\min} = 1 - \Omega(1 - e^{-1/\Omega})$. Интересно отметить, что в этом случае время прохождения шариком участка без поля (участок разгона) не зависит от длины участка (величины C) — $\tau_c = 1/\Omega$; при этом с ростом высоты барьера длина участка увеличивается, т. е. $\partial C_{\min}/\partial a > 0$. Для предельно больших величин затормаживающего поля ($a \rightarrow \infty$) минимальная длина участка разгона равна $C_{\min} = \Omega[\ln(1 - t_\Omega)^{-1} - t_\Omega]$, где параметр $t_\Omega = \omega_{*c}$ — решение уравнения

$$\Omega \ln(1 - t_\Omega) + \Omega \xi \ln(1 + t_\Omega/\xi) + 1 = 0 \quad (4)$$

(величина $\xi = a/\Omega$). Физический смысл t_Ω — безразмерная скорость, нормированная к Ω , в конце участка разгона.

Уравнение (4) имеет один корень. Раскладывая $\ln(1 + t_\Omega/\xi)$ в ряд по малому параметру t_Ω/ξ ($t_\Omega/\xi \ll 1$, так как $t_\Omega < 1$), получим уравнение для определения t_Ω :

$$1 + \Omega \ln(1 - t_\Omega) + \Omega t_\Omega - \Omega t_\Omega^2/2\xi = 0, \quad (5)$$

решение которого дает $C_{\min} = 1 - \Omega t_\Omega^2/2\xi$. Работа поля на участке торможения равна $\Omega t_\Omega^2/2$. Соотношение (5) показывает, что как бы ни была велика величина барьера (тормозящая сила a), но если его ширина меньше $\Omega t_\Omega^2/2a$, то частица сумеет его преодолеть.

Если ширина барьера больше критической, то частица тормозится вплоть до ее остановки на границе $\varphi_* = C$. При превышении величины C_{\max} , зависящей от a и Ω , возможно даже, что после остановки частица начнет двигаться в обратную сторону.

Проведены численные расчеты зависимости величины критического барьера от его ширины и скорости жидкости (под критическим подразумевается максимальный барьер, который способна преодолеть частица). Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 3. Максимальная скорость, которую набирает шарик, сильно зависит от длины участка разгона лишь для сравнительно коротких длин волн C . Зависимость высоты критического барьера $a_{кр}$ особенно резко меняется при значениях C , близких к еди-

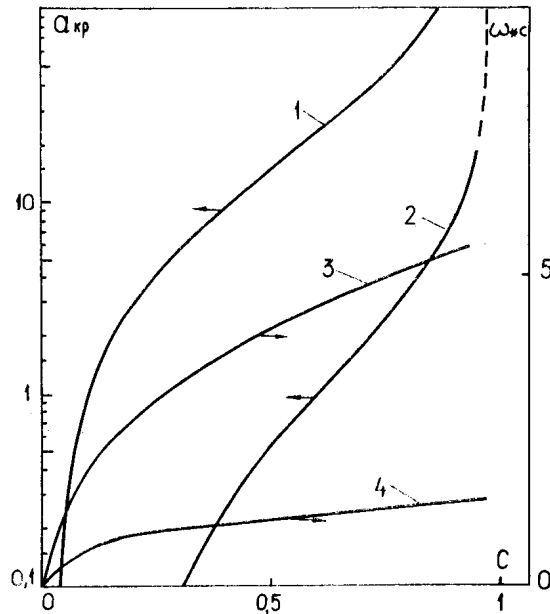


Рис. 3. Зависимости критического барьера $a_{кр}$ (1, 2) и максимальной скорости ω_{*c} (3, 4) от ширины области тормозящего поля при $\Omega = 20$ (1, 3); 2 (2, 4).

нице. При этом наблюдается хорошее согласие численных расчетов с асимптотическими формулами. Эти графики позволяют получить решение и для случая, когда частица движется в вязкой жидкости, скорость течения которой ω_0 , при наличии участков как ускоряющего, так и замедляющего направления силы f (амплитуда силы принимается одинаковой на обоих участках). Величины критических значений $f_{кр}$ и $\omega_{кр}$ связаны с a и Ω соотношениями

$$f_{кр} = (\Omega + a)/2; \quad \omega_{кр} = (\Omega - a)/2. \quad (6)$$

Таким образом, при фиксированной величине ω срыв частицы происходит при $f' = \omega_{кр}$, а останов при $f'' = f_{кр}$, что определяется формулой (6). Из графика следует, что при $C = 0,5$ (равные участки разгона и торможения) и $\Omega = 20$ величина $a_{кр} = 14,5$, откуда $f_{кр} = 17,25$, $\omega_{кр} = 3,75$. Таким образом, срыв частицы происходит при $f' = 3,75$, а останов при $f'' = 17,25$, т. е. имеет место гистерезис.

Наиболее реален случай изменения внешней силы по гармоническому закону $F_2(\varphi) = F_0 \sin(N\varphi)$, где N — число нижних шариков. При такой зависимости $F_2(\varphi)$ аналитическое решение уравнения (1) не представляется возможным. Для качественного исследования построим фазовый портрет уравнения движения

$$\frac{d\omega_*}{d\varphi} = \frac{\Omega - \omega_* + f_0 \sin(N\varphi)}{\omega_*}.$$

При $\Omega > f_0$ интегральные кривые лежат в области $\omega_* > 0$, т. е. остановка частиц невозможна. При $\Omega < f_0$ в зависимости появляются особые точки. На каждом периоде $\varphi \in [2n\pi, 2\pi(n+1)]$ их две. Тип первой из них, $\varphi_0 \in [(2n+1)\pi, (2n+3/2)\pi]$, зависит от соотношения f_0 и Ω : 1) при $\Omega < f_0 < \Omega\sqrt{1 + (1/4\Omega)^2}$ — устойчивый узел; 2) $f_0 = \Omega\sqrt{1 + (1/4\Omega)^2}$ — докритический узел; 3) $f_0 > \Omega\sqrt{1 + (1/4\Omega)^2}$ — фокус. Вторая точка $\varphi_0 \in [(2n+3/2)\pi, 2(n+1)\pi]$ — седловина. Попадание изображающей точки в ту или иную особую точку зависит от начальных условий. Анализ фазового портрета показывает, что и в этом случае наблюдается гистерезис: предельная сила удержания неподвижного шарика $f' = \Omega$, а периодические траектории возможны при $f > \Omega$.

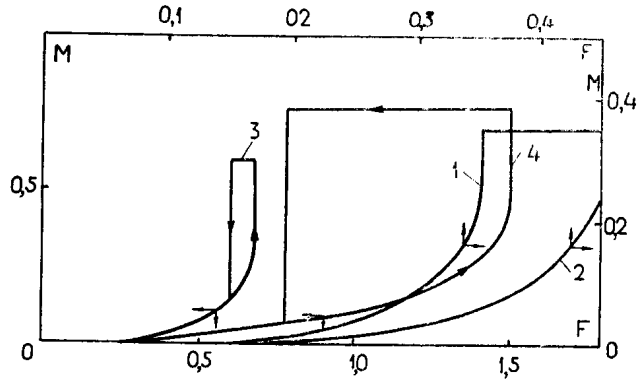
Для получения количественных характеристик процесса движения шарика необходимо решить уравнение (1) при конкретных законах задания сил F_1 и F_2 , зависящих от условий движения шарика и закона изменения магнитного поля, а также от магнитных характеристик шарика. Ввиду того, что гидродинамическая картина стесненного обтекания шарика весьма сложна (поперечное сечение канала имеет порядок диаметра шарика), то вид функциональной зависимости для $F_1(v)$ (v — относительная скорость шарика) находился экспериментальным путем. С этой целью на систему шарик—жидкость, вращающуюся с угловой скоростью ω_0 , накладывалось достаточно сильное магнитное поле, которое останавливало шарик, заставляя вращаться его на месте. Измерялся дополнительный вращающий момент на оси кюветы M_1 . Далее с целью исключения силы взаимодействия шарика с дном кюветы аналогичный эксперимент проводился при отсутствии жидкости и находился момент M_2 . Искомая сила сопротивления $F_1(\Omega R_1) = (M_1 - M_2)/R_1$ (R_1 — расстояние от оси кюветы до центра шарика). Проведение исследований при разных значениях позволило найти зависимость

$$F_1(v) = k_1 v^p \quad (k_1 = 0,03 \text{ Н} \cdot \text{с}^p \cdot \text{м}^{-p}, \quad p = 0,39). \quad (7)$$

Вид зависимости $F_2(\varphi)$ также был найден экспериментальным путем. Шарик жестко фиксировался в кювете, а затем по осциллограмме изменения вращающего момента на оси кюветы при его вращении определялся вид $F_2(\varphi)$. Найдено

$$F_2(\varphi) = F_0(I) \sin(N\varphi), \quad (8)$$

Рис. 4. Влияние силы магнитного поля F на величину дополнительного момента M при $\Omega=0,0667$ (1); 0,133 (2); 0,267 (3); 0,533 (4).



где $F_0(I)$ — функция, зависящая от силы тока в цепи магнита (изменяется ток в цепи).

Подстановка соотношений (7), (8) в (1) и переход к безразмерным переменным по формулам

$$\tau = t(k_1/m)^{1/(2-p)} R_1^{(p-1)/(2-p)}; \quad \omega_{*1} = d\varphi_*/d\tau, \quad \omega_{*2} = \tau;$$

$$\Omega = \omega_0(m/k_1)^{1/(2-p)} R_1^{(1-p)/(2-p)}; \quad F = F_0(m^p/k_1^2 R_1^p)^{1/(2-p)}$$

приводят к системе:

$$d\omega_{*1}/d\varphi_* = [F \sin(N\varphi_*) - (|\omega_{*1} - \Omega|)^{p-1}(\omega_{*1} - \Omega)]/\omega_{*1};$$

$$d\omega_{*2}/d\varphi_* = \omega_{*1}^{-1}. \quad (9)$$

Рассматривалась задача, когда на систему шарик—жидкость, вращающаяся со скоростью Ω , в момент прохождения точки $\varphi_* = 0$ накладывалось магнитное поле; при этом

$$\omega_{*1}(0) = \Omega; \quad \omega_{*2}(0) = 0. \quad (10)$$

В результате находилось периодическое решение системы (9) и из него определяли время отставания шарика за один оборот и увеличение вращающего момента на валу кюветы.

Из качественных соображений следует, что в условиях действия периодической внешней силы имеет место колебательно-поступательное движение шарика с постепенным отставанием его от жидкости. При этом неизбежна дополнительная диссипация механической энергии, которая в описываемых опытах проявляется в увеличении вращающего момента на валу кюветы. Это приращение момента определялось из решения задачи (9), (10). Некоторые результаты расчета представлены на рис. 4. При малых амплитудах силы магнитного поля F изменение момента M весьма незначительно, однако при достижении некоторого

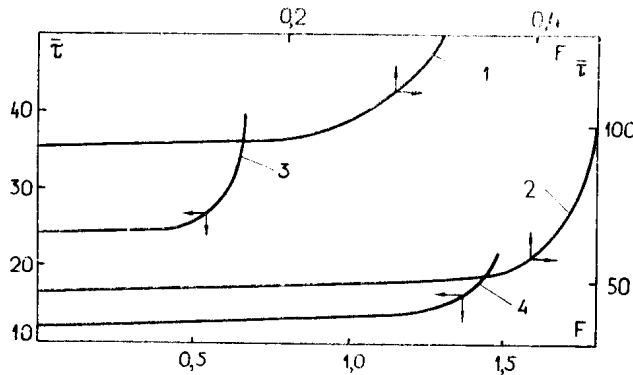


Рис. 5. Зависимости времени оборота частицы $\bar{\tau}$ от величины силы магнитного поля при тех же значениях Ω , что на рис. 4.

критического значения происходит стремительный рост момента. При этом также начинает стремительно увеличиваться период обращения шарика $\bar{\tau}$ (рис. 5). Увеличение диссипации механической энергии вследствие относительного колебательного движения частицы можно интерпретировать как появление некоторой дополнительной вязкости, которая может быть названа колебательной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шульман З. П., Кордонский В. И. Магнитореологический эффект. — Минск: Наука и техника, 1982. — 184 с.
2. Покровский В. Н. Статистическая механика разбавленных суспензий. М.: Наука, 1978. — 135 с.
3. Шульман З. П., Кордонский В. И., Зальцгендлер Э. А., Прохоров И. В., Хусид Б. М., Демчук С. А. Структура, магнитные и реологические характеристики ферросуспензий (эксперимент) // Магнит. гидродинамика. — 1984. — № 3. — С. 3... 10.
4. Шульман З. П., Кордонский В. И., Зальцгендлер Э. А., Прохоров И. В., Хусид Б. М., Демчук С. А. Динамические и физические свойства ферросуспензий со структурой, перестраиваемой внешним магнитным полем // Магнит. гидродинамика. — 1984. — № 4. — С. 30... 38.
5. Электрореологический эффект. — Минск: Наука и техника, 1982. — 174 с.

Поступила в редакцию 22.06.89 (10.03.89)